



**МИННО-ГЕОЛОЖКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. ИВАН РИЛСКИ“ – СОФИЯ
МИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА „ИКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ“**

Доц. д-р инж. Веселин Цветанов Митев

УСРЕДНЕН МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД

за присъждане на научната степен „доктор на науките”,

Научна област: 5. „Технически науки“

Професионално направление: 5.13. „Общо инженерство“,

Научна специалност: „Индустриален мениджмънт“,

София

2023

СЪДЪРЖАНИЕ

ПРЕДГОВОР	5
УВОД.....	9
ГЛАВА ПЪРВА	
ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧНИ ОСНОВИ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ	
ФАКТОРЕН АНАЛИЗ.....	15
I.1. СЪЩНОСТ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ И	
ВИДОВЕ ДЕТЕРМИНИРАНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	15
I.2. СЪЩНОСТ, ПРИЛОЖЕНИЕ, ПРЕДИМСТВА И НЕДОСТАТЪЦИ НА	
МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ.....	18
I.2.1. Метод на диференциалното смятане (диференциален метод).....	19
I.2.2. Коефициентен метод	23
I.2.3. Метод на верижните замествания	24
I.2.4. Метод на разликите (Разликов метод или Метод на абсолютните	
разлики)	33
I.2.5. Метод на относителните разлики	37
I.2.6. Метод на деловото участие.....	38
I.2.7. Метод на просто добавяне на неразложимия остатък	39
I.2.8. Метод на претеглената крайна разлика	41
I.2.9. Логаритмичен метод.....	43
I.2.10. Метод на разделяне на прираста на факторите	47
I.2.11. Интегрален метод за факторен анализ	49
I.2.12. Индексен метод.....	55
I.2.13. „Нови методи, основани на приложението на класическия	
математически анализ“	63
I.3. ПРИЛОЖИМОСТ НА МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН	
АНАЛИЗ КЪМ ТИПОВЕТЕ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	68
I.4. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ПЪРВА	70
ГЛАВА ВТОРА	
МЕТОДИКА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ	
ЗАМЕСТВАНИЯ.....	74
II.1. СЪЩНОСТ И ДОПУСКАНЕ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ	
МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	74
II.2. ЕТАПИ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА	
ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	75
II.3. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ВТОРА	79

ГЛАВА ТРЕТА**АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ80**

III.1. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН МУЛТИПЛИКАТИВЕН МОДЕЛ	80
III.2. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН КРАТЕН МОДЕЛ	84
III.3. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА ФАКТОРНИТЕ МОДЕЛИ И ПОЛУЧЕНИТЕ МАТЕМАТИЧЕСКИ ИЗРАЗИ ЗА ФАКТОРНИТЕ ВЛИЯНИЯ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ.....	87

ГЛАВА ЧЕТВЪРТА**АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С ИНТЕГРАЛНИЯ МЕТОД.....99**

IV.1. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ.....	99
IV.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b$).....	99
IV.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c$)	101
IV.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c \cdot d$)	102
IV.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ ..	105
IV.2.1. При двуфакторен кратен модел ($P = \frac{a}{b}$)	105
IV.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c}$).....	108
IV.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c+d}$)	110
IV.4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ЧЕТВЪРТА ГЛАВА	113

ГЛАВА ПЕТА**АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С МЕТОДА НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ....116**

V.1. АПРОБАЦИЯ ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ.....	116
V.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b$)	117
V.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c$).....	119
V.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c \cdot d$)	121
V.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ ..	123
V.2.1. При двуфакторен кратен модел ($P = \frac{a}{b}$).....	123
V.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c}$).....	125
V.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c+d}$)	128
V.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ПЕТА	131

ГЛАВА ШЕСТА**ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ ПО
УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ133**

VI.1. РАЗЧЛЕНЯВАНЕ НА АНАЛИЗИРАНИЯ ПЕРИОД НА
ПОДПЕРИОДИ 134

VI.2. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА
НЕТНАТА РЕНТАБИЛНОСТ НА ПРИХОДИТЕ ОТ ПРОДАЖБИ НА
„МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021 Г. 136

VI.3. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА
ОБЩАТА ЛИКВИДНОСТ НА „МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021
Г..... 142

VI.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ШЕСТА 150

ЗАКЛЮЧЕНИЕ152

НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД.....155

ПРИНОСНИ МОМЕНТИ В НАУЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ.....156

ДЕКЛАРАЦИЯ.....158

БИБЛИОГРАФИЯ.....159

А. ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА 159

Б. ДОПЪЛНИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА 163

ЕЛЕКТРОННИ ПРИЛОЖЕНИЯ:**ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 1: Factor_Analysis.xls:**

Апробация на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния

ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 2: NPSR_Analysis.xls:

Динамичен детерминиран факторен анализ на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 3: TL_Analysis.xls:

Динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

ПРЕДГОВОР

Идеята за настоящият дисертационен труд е дълго обмисляна и е в резултат на повече от две десетилетия работа в областта на финансово-стопанския анализ (ФСА) като преподавател и изследовател. Дълги години работих за решаването на научния проблем, който множество изследователи от областта на детерминирания факторен анализ (ДФА) формулираха, а именно: Съществуващите методи на детерминиран факторен анализ се характеризират с различна същност, допускания, методики, предимства и недостатъци. Всичките те притежават редица недостатъци като тясна ограниченост по отношение на тяхната приложимост, а също така и дискуссионна точност и еднозначност на получените резултати. Това породих в мен целта да разработя, апробирам, атестирам и да предложа на научната общественост един нов метод на детерминиран факторен анализ, който да елиминира горните недостатъци.

Съдържанието на дисертационния труд е структурирано в увод, шест глави, заключение и библиография. Към него има приложени и три електронни приложения.

В глава първа са разгледани теоретичните основи на детерминирания факторен анализ. Представена е същността на детерминирания факторен анализ, видовете и изискванията, които трябва да удовлетворяват детерминираните факторни модели. Детайлно са разгледани същността, допусканията, методиката, приложението, предимствата и недостатъците на всеки един от съществуващите в научната литература методи на ДФА. Изведена е приложимостта на съществуващите методи на ДФА и е обоснована острата необходимост

от разработването на нов метод на детерминиран факторен анализ, който да елиминира горните недостатъци.

В глава втора е представена същността, допускането и етапите на разработената методика на усреднения метод на верижните замествания.

В глава трета е извършена апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания. Подробно е представена апробацията на метода за двуфакторен мултипликативен модел и за двуфакторен кратен модел. Тук е представена в табличен вид систематизация на факторните модели и изведените математически изрази за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания. За да се демонстрира практическата приложимост на предложения усреднен метод на верижните замествания са реализирани значителен обем числови тествания. Апробацията на изведените математически изрази за количествено определяне на факторните влияния от абсолютното изменение на участващите фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател е представено подробно в електронно приложение 1, разработено в MS Excel среда, поради значителния ѝ обем.

В глава четвърта е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени за ограничения брой разработени факторни модели по интегралния метод, при конкретни и еднакви входящи данни. Обяснени са причините за откритите значителни несъответствия в получените резултати при факторни модели, съдържащи кратен елемент в тях.

В глава пета е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по метода на верижните замествания при конкретни и еднакви входящи

данни за мултипликативни, кратни и адитивно-кратни факторни модели. Откритите явни и значими несъответствия в резултатите, получени по двата метода се дължат на различията в допусканията на двата метода, а именно: едновременна промяна на участващите фактори при усреднения метод на верижните замествания, а при методът на верижните замествания – последователно (стъпаловидно) заместване на участващите фактори, при което се получава стъпаловидно разпределение на „неразложимия остатък“.

В глава шеста е извършена атестация на усреднения метод на верижните замествания за провеждане на динамичен ДФА. В нея е извършена практическата атестация на усреднения метод на верижните замествания за двуфакторен кратен модел и за четирифакторен адитивно-кратен модел. Разгледан е практически пример за динамичен ДФА на двуфакторен кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби и на четирифакторния адитивно-кратен модел на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

В заключенията към всяка глава са представени кратки изводи.

Основните резултати и изводи от извършеното научно изследване са представени в заключението на дисертационния труд. Тук са поместени и основните насоки за бъдеща изследователска работа по проблема.

В библиографията на настоящото изследване е отразена съществуващата до момента научна литература.

Искрено се надявам разработеният усреднен метод на верижните замествания да намери подobaваща оценка и място в научната литература и практика на детерминирания факторен анализ за нуждите на финансово-стопанския анализ на дейността и то не само на индустриалните предприятия. Считам, че този метод е приложим за анализиране на детерминирани факторни модели от всички научни области.

Изказвам сърдечна благодарност на всички колеги, които ми оказаха безценна помощ с компетентни съвети, критични бележки и препоръки. Много от тях станаха и мои приятели, което определям като основен принос на дисертационния ми труд!

Благодаря на моите покойни родители и на семейството ми за търпението, разбирането и подкрепата, които ежедневно и безвъзмездно съм получавал и продължавам да получавам!

УВОД

Актуалност на темата

Финансово-стопанският анализ (ФСА), познат още и като анализ на стопанската дейност, е свързан с разчленяване (детайлизиране) на изучаваните обекти на техните съставни части с оглед на по-пълно опознаване на тяхната същност и характер на поведение. Управленските функции са немислими без практическото осъществяване на ФСА на предприятието за нуждите на индустриалния мениджмънт. Той е предпоставка за изучаване и анализ на динамиката на факторите както на външната, така и на вътрешната среда на предприятието и на протичащите в тях стопански процеси и явления, на постигнатите резултати и вземането на обосновани управленски решения.

Финансово-стопанският анализ подпомага първия и най-важен етап на процеса на вземане на управленски решения, а именно диагностика на проблема като предоставя значителен обем достоверна аналитична информация за изминалата и бъдещата стопанска дейност на индустриалните предприятия.

Финансово-стопанският анализ черпи информация основно от изминалата стопанска дейност или от фирменото планиране за целите на оптимизиране на бъдещата стопанска дейност. С негова помощ може да се идентифицират силните и слабите страни от дейността на предприятието, реализираните успехи и провали с цел усъвършенстване на бъдещата му производствената, търговската и финансовата дейност.

Извършването на динамичен ФСА се основава на използването на методите на детерминиран факторен анализ (ДФА), които имат за цел количествено да определят индивидуалното факторно влияние на

участващите фактори (факторни променливи) в математически детерминиран факторен модел, опосредстващ аналитичната зависимост между резултативен показател и участващи факторни променливи.

Детерминираният факторен анализ освен за нуждите на ФСА намира широко приложение при изследване на динамиката на технико-икономически, технически и други математически детерминирани факторни модели, опосредстващи връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи.

Съществуващите до момента методи на детерминиран факторен анализ се характеризират с редица предимства, но и с много недостатъци, а също така и с различна степен на универсалност, т.е. голяма част от тях са изведени само за ограничен брой видове факторни модели. Това обосновава острата необходимост от разработване на нов точен и универсален метод на ДФА.

Тезата на дисертационния труд е следната:

Ефективното осъществяване на управленските функции е немислимо без осъществяването на динамичен ФСА, основан на приложението на точни и универсални методи на детерминиран факторен анализ, с които да получаваме точни и еднозначни резултати.

Предмет на изследването е осъществяване на точен детерминиран факторен анализ за нуждите на ФСА.

Цел на изследването

Целта на настоящото изследване е на основата на критичен анализ на същността, методиката, приложимостта, предимствата и недостатъците на съществуващите детерминирани методи за факторен анализ да се разработи нов универсален метод (приложим за всички видове факторни модели) на детерминиран факторен анализ, който да дава еднозначни и следователно точни резултати относно

количественото определяне на индивидуалните факторни влияния от изменението на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател в аналитично дефинирани факторни модели.

За постигането на целта се решават следните **изследователски задачи**:

1. Извършване на задълбочен критичен анализ на същността, допусканията, методиките, приложимостта, предимствата, недостатъците, точността и еднозначността на получените резултати на съществуващите в научната литература и практика методи на ДФА.

2. Разработване на методиката на усреднения метод на верижните замествания, а именно: същност, допускане, етапи на методиката, приложимост за видовете факторни модели.

3. Извеждане на аналитичните изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи върху абсолютното изменение на резултативния показател.

4. Систематизация на разработените математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху абсолютното изменение на резултативния показател по усреднения метод на верижните замествания по видове факторни модели.

5. Апробиране на методиката на усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда с цел потвърждаване на точността на получените резултати.

6. Атестиране на резултатите от приложението на изведените аналитични изрази за индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания чрез съпоставяне с резултатите, получени по интегралния метод и по метода на верижните замествания.

7. Адаптиране и атестация на усреднения метод на верижните замествания за условията на провеждане на динамичен детерминиран факторен анализ.

Прилаганите подходи са критичният анализ, системният, количественият, сравнителният и евристичният подход при осъществяването на настоящото изследване.

Използваните методи са: сравнителният; балансовият; на детайлизацията; на синтеза; на комбинаториката; на верижните замествания; на усредняване; на математическите преобразувания и опростяване на математически изрази.

Обект на изследването е разработването, апробацията и атестация на нов точен и универсален метод на детерминиран факторен анализ за потребностите на ФСА.

Източници на проучването: При разработването на дисертационния труд са проучени значим брой литературни източници на български, руски и английски език в областта на ДФА.

Изследването е съобразено със съществуващата към месец Февруари 2023 г. научна литература и практика.

Научна новост: В резултат на проведеното научно изследване са постигнати следните резултати:

1. Извършен е детайлен анализ на същността, методиката, приложимостта, предимствата и недостатъците на съществуващите до момента в научната и учебната литература методи на ДФА.

2. Разработена е методиката на усреднения метод на верижните замествания.

3. Изведени са 153 бр. математически изрази за 42 бр. детерминирани факторни модели за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател по усреднения метод на верижните замествания при факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи. Същите са систематизирани в табличен вид според вида на факторния модел.

4. Извършена е апробация на методиката на усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда и е потвърдена точността на получените резултати.

5. Изведени са математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания за детерминирани факторни модели, съдържащ разликов елемент в тях.

6. Резултатите, получени по усреднения метод на верижните замествания, са съпоставени с аналогичните резултати, получени по интегралния метод и по метода на верижните замествания и е обоснована неговата универсалност, точност и еднозначност.

7. Доказана е приложимостта и точността на усреднения метод на верижните замествания за условията на провеждане на динамичен ДФА.

Приложимостта на резултатите от дисертационния труд е в следните направления:

1. Обогатяват научната литература и практика с един нов точен, еднозначен и универсален количествен метод за извършване на ДФА.

2. Разработеният усреднен метод на верижните замествания се характеризира със следните предимства: пълна универсалност на приложение за всичките видове факторни модели; точност и еднозначност на получените резултати. Той обогатява теорията на ДФА и решава дългогодишен научен и практически проблем. Надявам се, че методът ще намери широко научно и практическо приложение при извършване на количествени анализи на детерминирани факторни модели.

3. Усредненият метод на верижните замествания е приложим и за условията на провеждане на динамичен ДФА.

4. Усредненият метод на верижните замествания може да намери по-широко приложение, а именно за извършване на количествени

анализи на детерминирани факторни модели не само на икономически и финансови, но и на неикономически такива.

ГЛАВА ПЪРВА

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧНИ ОСНОВИ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ

1.1. СЪЩНОСТ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ И ВИДОВЕ ДЕТЕРМИНИРАНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

Детерминираният факторен анализ (ДФА) е едно от направленията на финансово-стопанския анализ. Той има за цел да определи точно и еднозначно количествените влияния, които оказват измененията на участващите факторни променливи в математически детерминирани (определени) факторни модели върху абсолютното изменение на резултативния показател. Детерминираният факторен анализ се осъществява на основата на практическото приложение на разработените до момента математически методи на ДФА.

Видът на факторните модели се определя от вида на математическата зависимост, описваща връзката между резултативен показател (P) и участващи факторни променливи ($a, b, c, \dots$), наричани за краткост от много автори – фактори.

В практиката на ДФА се разграничават следните видове факторни модели:

- **адитивни или разликови** – при тях резултативният показател е сума или разлика от участващите факторни променливи, а именно: $P = a \pm b \pm \dots$;

- **мултипликативни** – при тях резултативният показател представлява произведение от участващите факторни променливи, а именно: $P = a * b * ...$;
- **кратни (относителни)** – при тях резултативният показател е частно между участващите факторни променливи, а именно:

$$P = \frac{a}{b}, P = \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a.c}{b}, P = \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{b}{a.c}, P = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a.d}{b.c};$$
- **смесени (комбинирани)** – представляват комбинация от адитивните или разликовите, мултипликативните и кратните факторни модели и съответно могат да бъдат: мултипликативно-кратни, адитивно или разликови-кратни, адитивно или разликови-мултипликативно-кратни факторни модели или адитивно или разликови-мултипликативно факторни модели.

Изискванията, които трябва да удовлетворяват детерминирания факторни модели, са следните:

1. Факторните променливи, включени във факторния модел трябва да бъдат реално съществуващи, а не измислени или абстрактни.
2. Факторните променливи във факторния модел, трябва да бъдат необходими елементи на формулата и задължително да се намират в причинно-следствена връзка с резултативния показател.
3. Всичките факторни променливи на факторния модел трябва да се поддават на количествено измерване и да имат информационна осигуреност.
4. Факторният модел трябва да предоставя възможност за измерване на влиянието на отделните факторни променливи, като сумата от влиянията на факторите, а именно комплексното влияние, трябва да е равна на абсолютното изменение на резултативния показател.

При адитивните (additive) факторни модели абсолютното изменение на резултативния показател е равно на сумата от абсолютните изменения на участващите факторни променливи, т.е. индивидуалното факторно влияние е равно на абсолютното изменение на съответната факторна променлива.

При разликовите (different) факторни модели, които са частен случай на адитивните факторни модели, факторното влияние съответства на абсолютното изменение на факторната променлива, но е необходимо да се съобрази посоката (знакът) на влияние. При тези факторни променливи, пред които има знак минус във факторния модел – посоката на влияние се обръща, т.е. факторното влияние е равно на минус абсолютното изменение на фактора.

Разпределението на абсолютното изменение на резултативния показател (ΔP) по факторни променливи се основава на трудовете на редица руски и западни автори. Техните изследвания се представени в следния хронологичен ред, а именно: С.М. Югенбург (1957); А. Хумал (1964); А.Д. Шеремет (1971); А.Д. Шеремет, Г.Г. Дэй, В.Н. Шаповалов (1971); В.Е. Адамов (1977); В. Фьодорова, Ю. Егоров (1977); С.С. Липовецки (1983); А.И. Ванински (1987); S. Ross, R. Westerfield, J. Jaffe (1990); G. Foster (1996); L.A. Bernstein, J. J. Wild, K.R. Subramanyam (2001); М.И. Баканов, А.Д. Шеремет (2001); С.В. Чеботарёв (2003); D.R. Emery, J.D. Finnerty, J.D. Stowe (2004); Н.П. Любушин (2009); Н.Ш. Кремер (2005); L. Bernstein, S. Myers, F. Allen (2006); К.Н. Лебедев (2012); Г.В. Савицкая (2012); В.А. Прокофьев, В.В. Носов, Т.В. Саломатина (2014).

1.2. СЪЩНОСТ, ПРИЛОЖЕНИЕ, ПРЕДИМСТВА И НЕДОСТАТЪЦИ НА МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ

Съществуват множество методи за извършването на детерминиран факторен анализ. Те имат за цел количествено да определят влиянието, което оказва изменението на всяка една факторна променлива върху абсолютното изменение на резултативния показател в аналитично детерминиран факторен модел.

В детерминирания факторен анализ за определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател до момента са разработени следните методи:

- ✓ метод на диференциално смятане (диференциален метод);
- ✓ коефициентен метод;
- ✓ метод на верижни замествания;
- ✓ метод на разликите;
- ✓ метод на деловото участие;
- ✓ метод на относителните разлики;
- ✓ метод на просто добавяне на неразложимия остатък;
- ✓ метод на претеглената крайна разлика;
- ✓ логаритмичен метод;
- ✓ метод на разделяне на прираста на факторите;
- ✓ интегрален метод;
- ✓ индексен метод.

I.2.1. Метод на диференциалното смятане (диференциален метод)

Методът на диференциалното смятане е единствено приложим при мултипликативни факторни модели, т.е. където резултативният показател е произведение от две или повече факторни променливи.

Теоретична основа за определяне на количественото влияние на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател е диференцирането. В метода на диференциалното смятане се приема, че общият прираст на функцията на резултативния показател се разчленява на множители, където количествената стойност на индивидуалното факторно влияние на всеки един от тях се определя като произведение на съответната частна производна на функцията на резултативния показател спрямо изменението на фактора и абсолютното изменение на факторната променлива.

Ако разгледаме примера с намирането на влиянието на изменението на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател по метода на диференциалното смятане на функция от две факторни променливи $P = (a, b)$, където a и b са факторните променливи, а P е резултативният показател, тогава, ако функцията е диференцируема, нейното изменение може да се изрази по следния начин:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial a} \cdot \Delta a + \frac{\partial P}{\partial b} \cdot \Delta b + 0(\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}), \quad (\text{I.1})$$

където: $\Delta P = P_1 - P_0$ е абсолютното изменение на функцията на резултативния показател;

$\Delta a = a_1 - a_0$ – абсолютното изменение на първата факторна променлива;

$\Delta b = b_1 - b_0$ – абсолютното изменение на втората факторна променлива;

$0(\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2})$ – безкрайно малка величина от много по-висок порядък, отколкото е $\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}$.

По метода на диференциалното смятане влиянията на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател имат следния вид:

$$\Delta P_a = \frac{\partial P}{\partial a} \cdot \Delta a \quad \text{и} \quad (I.2)$$

$$\Delta P_b = \frac{\partial P}{\partial b} \cdot \Delta b, \quad (I.3)$$

а тяхната сума представлява част от линейното относително изменение на резултативния показател като част от изменението на функцията. Трябва да се отбележи, че параметърът $(\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2})$ е малък при достатъчно малки абсолютни изменения на факторните променливи a и b , но също така неговото значение съществено се отличава от нула (нараства) при големи абсолютни изменения на факторните променливи (Δa и Δb).

Тъй като този метод дава еднозначно, но непълно решение за разлагането на влиянието на факторните променливи върху изменението в резултативния показател, то това решение може да доведе до значителни грешки при оценка на влиянието на факторните променливи, понеже не отчита стойността на остатъчния член, т.нар. „неразложим остатък“, който има следния вид:

$$0(\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}). \quad (I.4)$$

Ако приложим диференциалния метод, като използваме конкретен пример за двуфакторен мултипликативен модел ($P = A * B$). Тогава влиянието на факторните променливи върху изменението на резултативния показател се определя съответно по следните изрази:

$$\Delta P_a = b_0 \cdot \Delta a \quad \text{и} \quad (I.5)$$

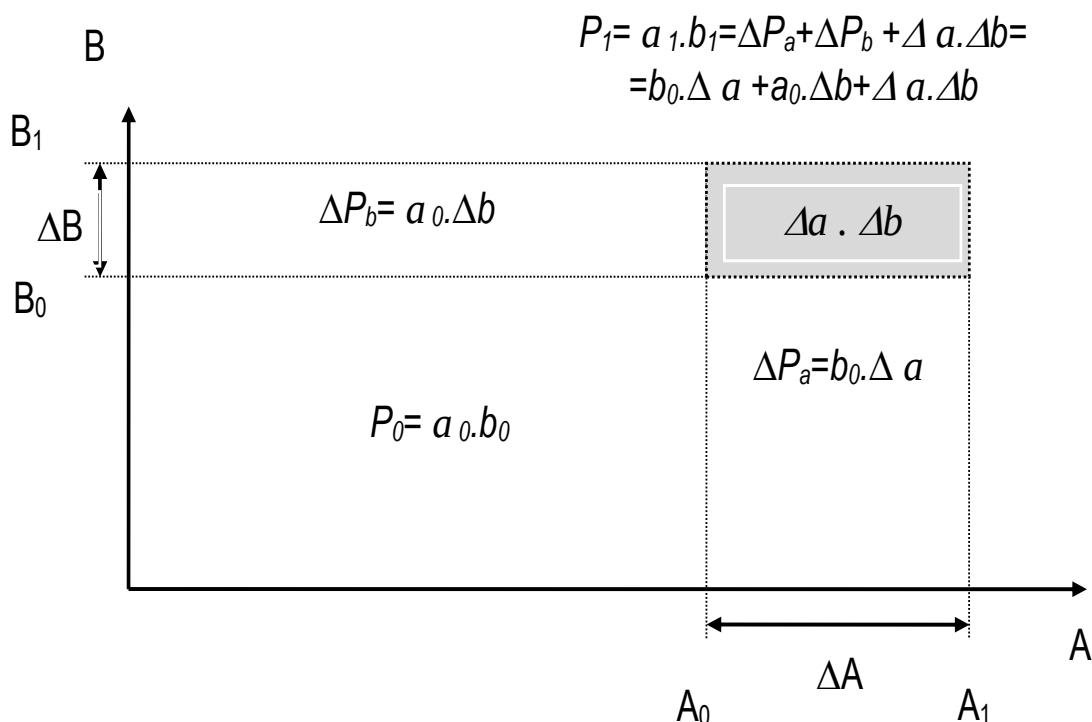
$$\Delta P_b = a_0 \cdot \Delta b. \quad (I.6)$$

Лесно е да се докаже, че остатъкът в линейното разширение на функция при мултипликативен факторен модел от вида $P = A * B$ е равен на $\Delta a \cdot \Delta b$, а именно това е т.нар. „неразложим остатък“.

Всъщност общото изменение на функцията е $\Delta P = P_1 - P_0 = a_1 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0$, а разликата между абсолютното изменение на резултативния показател ΔP и сумата от индивидуалните факторни влияния ($\Delta P_a + \Delta P_b$) се изчислява по израза:

$$\begin{aligned} \Delta P - (\Delta P_a + \Delta P_b) &= \Delta P - \Delta P_a - \Delta P_b = \\ &= (a_1 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0) - b_0 \cdot \Delta a - a_0 \cdot \Delta b = \\ &= (a_1 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0) - b_0(a_1 - a_0) - a_0(b_1 - b_0) = \\ &= (a_1 \cdot b_1 - b_0 \cdot a_1) - (a_0 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0) = \\ &= a_1(b_1 - b_0) - a_0(b_1 - b_0) = (a_1 - a_0)(b_1 - b_0) = \\ &= \Delta a \cdot \Delta b \end{aligned} \quad (I.7)$$

Графичното представяне на влиянията на факторните променливи върху изменението на резултативния показател при двумерен факторен модел по метода на диференциалното смятане може да бъде представено на фиг. № I.1, където $\Delta a \cdot \Delta b$ е т.нар. „неразложим остатък“.



Фиг. № I.1. Графично представяне на факторните влияния и „неразложимия остатък“ по метода на диференциалното смятане.

Следователно по метода на диференциалното смятане т. нар. „неразложим остатък“, който се определя като логична грешка на диференциалния метод, просто се пренебрегва при определяне на индивидуалните факторни влияния. Това именно е недостатъкът на метода, че при използването му за нуждите на ДФА се изисква точен баланс (равенство) между абсолютното изменение на резултативния показател и сумата на индивидуалните факторни влияния на всички участващи фактори в аналитично дефинирания факторен модел.

Друг съществен недостатък е, че приложимостта на метода е ограничена по отношение на факторните модели. Методът е приложим единствено за факторни модели (функции), които са диференцируеми.

I.2.2. Коефициентен метод

Този метод е описан от И.А. Белобжецкий (Белобжецкий, 1975, с. 125-132) и се основава на сравняване на числовите стойности на едни и същи икономически показатели за различни моменти от времето. За двуфакторен мултипликативен модел се получават следните изрази за индивидуалните влияния на факторните променливи:

$$\Delta P = P_1 - P_0 = (a_0 + \Delta a)(b_0 + \Delta b) - a_0 \cdot b_0; \quad (I.8)$$

$$\Delta P_a = P_0 \cdot K_a = P_0 \frac{\Delta a}{a_0}; \quad (I.9)$$

$$\Delta P_b = P_0 \cdot K_b = P_0 \frac{\Delta b}{b_0}, \quad (I.10)$$

където: $K_a = \frac{\Delta a}{a_0}$ е относителното изменение на фактора a ;

$K_b = \frac{\Delta b}{b_0}$ – относителното изменение на фактора b .

Ако в изразите за индивидуалните факторни влияния се замени P_0 с $a_0 \cdot b_0$, ще получим идентични изрази за влиянието на факторните променливи върху изменението на резултативния показател, както при метода на диференциалното смятане, а именно:

$$\Delta P_a = P_0 \cdot K_a = P_0 \frac{\Delta a}{a_0} = a_0 \cdot b_0 \cdot \frac{\Delta a}{a_0} = b_0 \cdot \Delta a; \quad (I.11)$$

$$\Delta P_b = P_0 \cdot K_b = P_0 \frac{\Delta b}{b_0} = a_0 \cdot b_0 \cdot \frac{\Delta b}{b_0} = a_0 \cdot \Delta b. \quad (I.12)$$

При този метод, както при метода на диференциалното смятане, сумата от индивидуалните факторни влияния (комплексното влияние) не съвпада с абсолютното изменение на резултативния показател, получен чрез директно изчисление, т.е.:

$$\Delta P \neq \Delta P_a + \Delta P_b \quad (I.13)$$

Абсолютната грешка на метода по аналогия на метода на диференциалното смятане съвпада с т.нар. „неразложим остатък“, а именно:

$$\Delta P - (\Delta P_a + \Delta P_b) = S(a, b) = \Delta a \cdot \Delta b. \quad (I.14)$$

Коефициентният метод, както и методът на диференциалното смятане, елиминира участието на „неразложимия остатък“ при определянето на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи в анализирания факторен модел. Това е и основният недостатък на метода. Методът е приложим отново само при мултипликативни факторни модели.

I.2.3. Метод на верижните замествания

Методът на верижните замествания е основен и най-често използван метод на ДФА за определяне на изменението на резултативния показател в резултат на изменението на участващите в него факторни променливи. Той е също така и универсален метод на ДФА. Неговото приложение не зависи от вида на връзката между резултативния показател и участващите факторни променливи в детерминираната математическа зависимост (факторен модел), което подчертава неговата универсалност, за разлика от останалите методи на ДФА. Методът на верижните замествания се свежда до построяване на факторни вериги чрез последователно заместване на базисните (плановите) с фактическите значения на факторните променливи във факторния модел. Всеки две последователни факторни вериги, при които имаме промяна на конкретната факторна променлива, се сравняват, а получената разлика представлява числовия израз на влиянието на

количественото изменение на анализираната факторна променлива. Този метод е приложим без ограничение на вида на аналитичната зависимост между факторни променливи и резултативния показател, което е основно предимство на метода, т.е. неговата универсалност. Техниката на метода на верижните замествания е сравнително проста и е илюстрирана с помощта на следните примери.

Пример I.1: При адитивни факторни модели (форма на връзката от типа:

$$P = a + b + c,$$

където: a , b и c са факторните променливи в модела;

P - резултативният показател.

От отчета за дохода са известни следните данни за приходите на едно предприятие, представени в табл. № I.1

Таблица № I.1.

Данни за приходите на едно предприятие

ПОКАЗАТЕЛИ	Означение	2020 г.	2021 г.	Абсолютно изменение, Δ
1. Приходи от дейността, хил.лв.	a	281126	291867	10741
2. Финансови приходи, хил.лв.	b	123	132	9
3. Извънредни приходи, хил.лв.	c	4156	3069	-1087
Всичко приходи, хил.лв.	P	285405	295068	9663

Финансово-стопански анализ чрез метода на верижните замествания.

Формата на връзката е от типа: $P = a + b + c$.

а) Базисни приходи (P_0):

$$P_0 = a_0 + b_0 + c_0 = 281\,126 + 123 + 4\,156 = 285\,405 \text{ хил.лв.}$$

б) Условни приходи (P'):

$$P' = a_1 + b_0 + c_0 = 291\,867 + 123 + 4\,156 = 296\,146 \text{ хил. лв.}$$

в) Условни приходи (P''):

$$P'' = a_1 + b_1 + c_0 = 291\,867 + 132 + 4\,156 = 296\,155 \text{ хил. лв.}$$

г) Фактически приходи (R_1):

$$P_1 = a_1 + b_1 + c_1 = 291\,867 + 132 + 3\,069 = 295\,068 \text{ хил. лв.}$$

д) Отклонение на фактическите от базисните приходи (ΔP):

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 295\,068 - 285\,405 = 9\,663 \text{ хил. лв.}$$

Факторен анализ:

а) Влияние на промените в приходите от дейността (ΔP_a):

$$\Delta P_a = P' - P_0 = 296\,146 - 285\,405 = 10\,741 \text{ хил. лв.} = \Delta a$$

б) Влияние на промените във финансовите приходи (ΔP_b):

$$\Delta P_b = P'' - P' = 296\,155 - 296\,146 = 9 \text{ хил. лв.} = \Delta b$$

в) Влияние на промените в извънредните приходи (ΔP_c):

$$\Delta P_c = P_1 - P'' = 295\,068 - 296\,155 = -1087 \text{ хил. лв.} = \Delta c$$

г) Комплексно влияние на факторите върху изменението на приходите на предприятието (ΔP):

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b + \Delta P_c = 10\,741 + 9 + (-1\,087) = 9\,663 \text{ хил. лв.}$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 295\,068 - 285\,405 = 9\,663 \text{ хил. лв.}$$

Както се вижда при връзката между резултативния показател и участващите факторни променливи от типа „сума” (адитивни факторни

модел), влиянието, което оказва изменението на даден фактор върху изменението на резултативната величина, е равно на абсолютното му изменение. Тук отсъства т.нар. „неразложим остатък“ и съответно при адитивните факторни модели методът на верижните замествания се характеризира с абсолютна точност.

Пример 1.2: При форма на връзката от типа: $P = a * b * c$ (мултипликативен трифакторен модел), където: a , b и c са факторните променливи, а P е резултативният показател.

За едно предприятие са известни следните данни, представени в табл. № 1.2.

Таблица № 1.2.

Примерни данни

Показатели	Означение	2020 г.	2021 г.	Абсолютно изменение, Δ
1. Средносписъчен брой работници, бр.	a	1524	1623	99
2. Отработени човекодни, бр.	b	205	203	-2
3. Производителност на един работник, лв./чов.ден	c	32.75	33.50	0.75
Стойност на произведената продукция, лв.	P	10231755.00	11037211.50	805456.50

Детерминираният факторен анализ по метода на верижните замествания при формата на връзката от типа $P = a * b * c$ (мултипликативен трифакторен модел) има следния вид:

а) Базисна продукция (P_0):

$$P_0 = a_0 * b_0 * c_0 = 1\,524 * 205 * 32,75 = 10\,231\,755,00 \text{ лв.}$$

б) Условна продукция (P'):

$$P' = a_1 * b_0 * c_0 = 1\,623 * 205 * 32,75 = 10\,896\,416,25 \text{ лв.}$$

в) Условна продукция (P''):

$$P'' = a_1 * b_1 * c_0 = 1\,623 * 203 * 32,75 = 10\,790\,109,75 \text{ лв.}$$

г) Фактическа продукция (P_1):

$$P_1 = a_1 * b_1 * c_1 = 1\,623 * 203 * 33,50 = 11\,037\,211,50 \text{ лв.}$$

д) Отклонение на фактическата от базисната продукция (ΔP):

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = 11\,037\,211,50 - 10\,231\,175,00 = \\ &= 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

Факторен анализ:

а) Влияние на промените в броя на работниците (ΔP_a):

$$\begin{aligned}\Delta P_a &= P' - P_0 = 10\,896\,416,25 - 10\,231\,175,00 = \\ &= 664\,661,25 \text{ лв.}\end{aligned}$$

б) Влияние на промените в отработените човекодни (ΔP_b):

$$\begin{aligned}\Delta P_b &= P'' - P' = 10\,790\,109,75 - 10\,896\,416,25 = \\ &= -106\,306,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

в) Влияние на промените в произведената продукция за един човекоден (ΔP_c):

$$\begin{aligned}\Delta P_c &= P_1 - P'' = 11\,037\,211,50 - 10\,790\,109,75 = \\ &= 247\,101,75 \text{ лв.}\end{aligned}$$

г) Комплексно влияние на факторите върху изменението на стойността на произведената продукция (ΔP):

$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_a + \Delta P_b + \Delta P_c = \\ &= 664\,661,25 + (-106\,306,50) + 247\,101,75 = 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 11\,0372\,211,50 - 10\,231\,1\,755,00 = 805\,456,50 \text{ лв.}$$

Ако сменим поредността на извършване на факторните замествания при построяване на факторните вериги, се получават други стойности за индивидуалните факторни влияния, които оказва изменението на всеки един от участващите факторни променливи върху абсолютното изменение на резултативния показател. Например, ако променим местата на участващите фактори, т.е. сменим поредността на извършване на факторните замествания във факторната верига от пример I.2, се получават следните резултати при форма на връзката от типа: $P = c * b * a$.

а) Базисна продукция (P_0):

$$P_0 = c_0 * b_0 * a_0 = 32,75 * 205 * 1524 = 10\,231\,755,00 \text{ лв.}$$

б) Условна продукция (P'):

$$P' = c_1 * b_0 * a_0 = 33,50 * 205 * 1524 = 10\,466\,070,00 \text{ лв.}$$

в) Условна продукция (P''):

$$P'' = c_1 * b_1 * a_0 = 33,50 * 203 * 1524 = 10\,363\,962,00 \text{ лв.}$$

г) Фактическа продукция (P_1):

$$P_1 = c_1 * b_1 * a_1 = 33,50 * 203 * 1\,623 = 11\,037\,211,50 \text{ лв.}$$

д) Отклонение на фактическата от базисната продукция (ΔP):

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = 11\,0372\,211,50 - 10\,231\,1\,755,00 = \\ &= 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

Факторен анализ:

а) Влияние на промените в произведената продукция за един човекоден (ΔP_c):

$$\begin{aligned}\Delta P_c &= P' - P_0 = 10\,466\,070,00 - 10\,231\,755,00 = \\ &= 234\,315,00 \text{ лв.}\end{aligned}$$

б) Влияние на промените в отработените човекодни (ΔP_b):

$$\begin{aligned}\Delta P_b &= P'' - P' = 10\,363\,962,00 - 10\,466\,070,00 = \\ &= -102\,108,00 \text{ лв.}\end{aligned}$$

в) Влияние на промените в броя на работниците (ΔP_a):

$$\begin{aligned}\Delta P_a &= P_1 - P'' = 11\,037\,211,50 - 10\,363\,962,00 = \\ &= 673\,249,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

г) Комплексното влияние на факторите върху изменението на стойността на произведената продукция се запазва същото – (ΔP):

$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_c + \Delta P_b + \Delta P_a = \\ &= 234\,315,00 + (-102\,108,00) + 673\,249,50 = 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = 11\,0372\,211,50 - 10\,231\,1\,755,00 = \\ &= 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

Броят на възможните комбинации на реда на разместване на факторните променливи при построяването на факторните вериги е равен на $n!$, където n е броят на факторните променливи във факторния модел. В разгледания пример за три факторни променливи възможните комбинации на реда на заместване на факторните променливи във факторните вериги е шест, а именно: $N = n! = 3! = 3 * 2 * 1 = 6$.

Ако разместим още четири пъти местата на факторните променливи при построяване на факторната верига (реда на заместване на факторните променливи във факторните вериги) и приложим метода на верижните замествания, ще получим за всяка една факторна променлива, участваща във факторния модел, още по четири стойности за нейното индивидуално факторно влияние върху абсолютното изменение на резултативния показател.

Руските учени А.Д. Шеремед (Шеремед, 2002) и К.Н. Лебедев (Лебедев, 2012, с. 13) отправят критични бележки относно точността (еднозначността) на получените резултати по метода на верижните замествания, те заключават следното: „Следователно, методът на верижните замествания ни показва точно посоката на факторните влияния, но те не могат да бъдат еднозначно количествено определени.“.

При промяна на реда на извършване на верижните замествания на факторните променливи във факторните вериги, броят на резултатите (N), които ще получим за индивидуалното влияние на всяка една факторна променлива, е равен на $n!$, където n е броят на факторните променливи във факторния модел, т.е. получаваме нееднозначни решения за всяко едно от индивидуалните факторни влияния, без това да се отразява на комплексното (сумарното) им влияние.

Редица български изследователи – Тимчев (1994, с. 30-31), Чуков (2002, с. 13), Митев (2008, с. 45-48), а също така и руски учени – Алексеева и др. (2006, с. 43-44), Баканов, Шеремед (2001, с. 57) и др. препоръчват по смисъл следното: „Успешното използване на метода на

верижните замествания в голяма степен зависи от възприетата последователност на измерване на влиянието на отделните фактори. Тази последователност зависи пряко от последователността на заместване на базисните (плановите) с фактическите значения на факторните променливи. При произволна смяна на последователността на заместване, аналитичните резултати се променят, без това да се отразява на величината на комплексното влияние на факторите.“ Те също така подчертават, че „... като правило верижното заместване трябва да върви в последователност, съответстваща на причинно-следствения порядък на действие на факторите, като същевременно се дава приоритет на количествените пред качествените факторни променливи.“. Много често обаче не може да се обоснове приоритет на един фактор пред останалите такива, т.е. те да се ранжират (подредят) по значение и степен на влияние. Това на практика значително затруднява работата на мениджърите и финансовите анализатори.

От съществено значение е извършването на *проверка на точността* на извършването на изчислителните процедури. Тя се основава на това, че сумата от индивидуалните факторни влияния е равна на абсолютното изменение на резултативния показател. Друга често срещана грешка при практическото приложение на метода от неспециалисти е неспазването на поредността на извършване на верижните замествания на факторите, което води до разместване на техните влияния.

Важно предимство на метода на верижните замествания е неговата универсалност. Той няма ограничения по отношение на вида на аналитичната зависимост между резултативен показател и участващи факторни променливи (факторните модели). Това прави метода универсален и предпочитан от анализаторите при наличие на сложна форма на връзката между участващи факторни променливи и резултативен показател, а именно смесени факторни модели. Не трябва

да се пренебрегва обаче и недостатъкът на метода по отношение на зависимостта между поредността на извършването на верижните замествания и получените стойности за индивидуалните факторни влияния. Може да се изрази становището, че отклоненията в стойностите за индивидуалните факторни влияния, които се получават в резултат на промяна на реда на извършване на факторните замествания, компрометират точността (нееднозначността) на получените резултати от анализа.

Методът на верижните замествания дава еднозначни резултати само при адитивни факторни модели, а именно от типа „сума“, „разлика“ или „сума и разлика“, т.е. резултативният показател представлява сума, разлика или сума и разлика от множество факторни променливи. Следователно при адитивните факторни модели можем да преминем към директно определяне на индивидуалните факторни влияния, без да използваме който и да е метод на ДФА. Индивидуалното факторно влияние при адитивните факторни модели количествено е равно на абсолютното изменение на факторната променлива. Но трябва да бъде съобразено при интерпретацията на резултатите от анализа, че при знак минус пред факторната променлива във факторния модел се обръща посоката на влияние на фактора.

I.2.4. Метод на разликите (Разликов метод или Метод на абсолютните разлики)

Методът на разликите представлява модификация на метода на верижните замествания. Той е приложим единствено при вид на връзката между резултативен показател и факторни променливи от типа „произведение“, т.е. мултипликативни факторни модели. При него влиянието на отделните фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател се определя още при построяването на

факторните вериги. Индивидуалното факторно влияние се изчислява, като във факторната верига участва разликата (абсолютното изменение) между фактическото и базисното значение на съответстващия фактор с фактическите значения на вече изследваните фактори и базисните значения на все още неизследваните фактори от текущата факторна верига.

За да илюстрираме техниката на метода на разликите, ще си послужим с изходните данни от пример I.2. (табл. № I.2), където формата на връзката е от типа $P = a * b * c$.

а) Влияние на промените в броя на работниците (ΔP_a):

$$\begin{aligned}\Delta P_a &= (a_1 - a_0) * b_0 * c_0 = (1623 - 1524) * 205 * 32,75 = \\ &= 664\,661,25 \text{ лв.}\end{aligned}$$

б) Влияние на промените в отработените човекодни (ΔP_b):

$$\begin{aligned}\Delta P_b &= a_1 * (b_1 - b_0) * c_0 = 1623 * (203 - 205) * 32,75 = \\ &= -106\,306,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

в) Влияние на промените в произведената продукция за един човекоден (ΔP_c):

$$\begin{aligned}\Delta P_c &= a_1 * b_1 * (c_1 - c_0) = 1623 * 203 * (33,50 - 32,75) = \\ &= 247\,101,75 \text{ лв.}\end{aligned}$$

г) Комплексно влияние на факторите върху изменението на стойността на произведената продукция (ΔP):

$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_a + \Delta P_b + \Delta P_c = \\ &= 664\,661,25 + (-106\,306,50) + 247\,101,75 = 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = 11\,0372\,211,50 - 10\,231\,1\,755,00 = \\ &= 805\,456,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

И тук от съществено значение е извършването на проверка на точността на извършваните изчислителните процедури. Често срещана грешка е неспазването на правилото, че при извършване на верижните замествания във факторните вериги и изчисляване на отделните факторни влияния участват: разликата между фактическото и базисното значение на анализирувания фактор; фактическите стойности на вече изследваните фактори (отляво на него) и базисните стойности на още неизследваните такива (отдясно на него).

Важно предимство на метода на разликите е икономичността на изчислителните процедури, а допълнителен недостатък е ограниченото приложение на метода само за форма на връзката от вида „произведение“, т.е. мултипликативни факторни модели. Това ограничава значително приложението на метода за нуждите на ДФА.

Методът на разликите ни показва посоката на факторните влияния, но и тук те не могат да бъдат еднозначно количествено определени. При промяна на реда на извършване на факторните замествания се получават различни (нееднозначни) резултати за индивидуалните влияния на участващите фактори, т.е. методът притежава същия непреодолим недостатък като метода на верижните замествания, на който той е модификация.

При метода на верижните замествания и метода на разликите се вижда, че т. нар. „неразложим остатък“ или изменението на резултативния показател вследствие на съчетаното (едновременно) изменение на участващите факторни променливи при двуфакторен мултипликативен модел ($\Delta P_{ab} = \Delta a \cdot \Delta b$) се прибавя към индивидуалното факторно влияние на втората факторна променлива, а именно:

$$\Delta P_a = \Delta a \cdot b_0; \quad (I.15)$$

$$\Delta P_b = a_1 \cdot \Delta b = \Delta P_b + \Delta P_{ab} = a_0 \cdot \Delta b + \Delta a \cdot \Delta b. \quad (I.16)$$

Неразложимият остатък или относителната грешка на разпределението на факторните влияния добива следния вид:

$$\begin{aligned} error\Delta &= \frac{\Delta P_{ab}}{\Delta P} = \frac{\Delta P - (\Delta P_a + \Delta P_b)}{\Delta P} = 1 - \frac{\Delta P_a + \Delta P_b}{\Delta P} = \\ &= 1 - \frac{\Delta a \cdot b_0 + a_0 \cdot \Delta b}{a_1 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0}. \end{aligned} \quad (I.17)$$

Това е т.нар. стъпаловидно разпределение на „неразложимия остатък“, като той се разпределя изцяло към индивидуалното факторно влияние на втория фактор.

При многофакторен мултипликативен модел. Влиянието на първия фактор не получава разпределение от „неразложимия остатък“. Вторият фактор получава малка част от „неразложимия остатък“, а всеки следващ фактор получава все по-голяма част от „неразложимия остатък“ към неговото влияние. Това отново е т.нар. стъпаловидно разпределение на „неразложимия остатък“ към индивидуалното факторно влияние.

Това е именно основният недостатък на метода на абсолютните разлики по аналогия на метода на верижните замествания. При двата метода винаги все по-голяма част от „неразложимия остатък“ се прибавя към влиянието на втората и всяка следваща факторна променлива. Ако се промени редът на заместване на факторните променливи в мултипликативния факторен модел различна част от „неразложимият остатък“ се добавя към влиянието на втората, третата и т.н. факторна променлива, т.е. и тук не получаваме еднозначни резултати.

I.2.5. Метод на относителните разлики

Методът на относителните разлики е разработен единствено за мултипликативни факторни модели. Същността на метода на относителните разлики се състои в определяне на индивидуалните факторни влияния на основата на индекса на изменение на изследваната факторна променлива. Математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния при трифакторен мултипликативен модел от типа $P = a * b * c$ имат следния вид:

$$\Delta P_a = P_0 \cdot (I_a - 1) = P_0 \cdot \left(\frac{a_1}{a_0} - 1 \right); \quad (I.18)$$

$$\Delta P_b = (P_0 + \Delta P_a) \cdot (I_b - 1) = (P_0 + \Delta P_a) \cdot \left(\frac{b_1}{b_0} - 1 \right); \quad (I.19)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= (P_0 + \Delta P_a + \Delta P_b) \cdot (I_c - 1) = \\ &= (P_0 + \Delta P_a + \Delta P_b) \cdot \left(\frac{c_1}{c_0} - 1 \right). \end{aligned} \quad (I.20)$$

От горните изрази се вижда, че от „неразложимия остатък“ към влиянието на първия фактор (ΔP_a) не се разпределя нищо. Към влиянието на втория фактор (ΔP_b) от „неразложимия остатък“ се разпределя част от него, а към влиянието на третия фактор (ΔP_c) от „неразложимия остатък“ се разпределя по-голяма част. Отново се получава т.нар. „стъпаловидно“ разпределение на „неразложимия остатък“.

Целесъобразно е да се използва методът на относителните разлики тогава, когато първоначалните данни за анализа са представени под формата на относителни стойности (индекс или процентът на изменение на участващите факторни променливи).

Предимството на метода на относителните разлики е неговата простота и гъвкавост.

Методът на относителните разлики притежава идентичен недостатък като метода на верижните замествания и метода на абсолютните разлики, а именно: резултатът от разлагането на влиянието на факторните променливи върху резултативния показател зависи отново от спазването на реда (последователността) на тяхната подредба в мултипликативния факторен модел.

I.2.6. Метод на деловото участие

Методът на деловото участие е изведен единствено за мултипликативни факторни модели и се основава на допускането за пропорционално разпределение на влиянието на участващите фактори при изменението на резултативния показател при мултипликативни факторни модели, т.е. тук имаме т.нар. „пропорционално разпределение“ на „неразложимия остатък“ между влиянието на участващите факторни променливи във факторния модел. За мултипликативен факторен модел с три факторни променливи ($P = a * b * c$) влиянията на факторните променливи върху изменението на резултативния показател имат следния вид:

$$\Delta P_a = \frac{\Delta a}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} \cdot \Delta P; \quad (I.21)$$

$$\Delta P_b = \frac{\Delta b}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} \cdot \Delta P; \quad (I.22)$$

$$\Delta P_c = \frac{\Delta c}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} \cdot \Delta P. \quad (I.23)$$

Както се вижда от горните изрази, методът дава решение единствено, когато изменението на резултативния показател е различно от нула, а именно $\Delta P \neq 0$, което е съществен недостатък на метода. В останалите случаи получените стойности за индивидуалните факторни

влияния се различават съществено от резултатите, получени по интегралния и останалите методи. Това е вследствие на това, че при метода на деловото участие се използва т.нар. „пропорционално разпределение“ на „неразложимия остатък“, а при интегралния метод - „неразложимият остатък“ се разпределя поравно към индивидуалните факторни влияния.

I.2.7. Метод на просто добавяне на неразложимия остатък

Липсата на достатъчно пълна обосновка какво да се прави с „неразложимия остатък“, в теорията и практиката на ДФА се прилага добавянето на „неразложимия остатък“ към качествения или количествения (основен или произведен) фактор, а също така да се раздели този „неразложим остатък“ поравно между влиянието на всяка една от участващите факторни променливи. Оттук именно произлизат и трите варианта на метода.

С оглед на гореизложеното можем да представим следните три варианта на математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния при двуфакторен модел от вида $P = A * B$, а именно:

Първи вариант на метода:

$$\Delta P_a = \Delta a \cdot b_0 + \Delta a \cdot \Delta b = \Delta a(b_0 + \Delta b) = \Delta a \cdot b_1; \quad (I.24)$$

$$\Delta P_b = \Delta b \cdot a_0 \quad (I.25)$$

Тук влиянието на „неразложимия остатък“ ($\Delta a \cdot \Delta b$) се добавя изцяло към влиянието на първия фактор (a).

Втори вариант на метода:

$$\Delta P_a = \Delta a \cdot b_0; \quad (I.26)$$

$$\Delta P_b = \Delta b \cdot a_0 + \Delta a \Delta b = \Delta b(a_0 + \Delta a) = \Delta b \cdot a_1 \quad (I.27)$$

Тук влиянието на „неразложимия остатък“ ($\Delta a \cdot \Delta b$) се добавя изцяло към влиянието на втория фактор (b).

Трети вариант на метода:

$$\Delta P_a = \Delta a \cdot b_0 + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}; \quad (I.28)$$

$$\Delta P_b = \Delta b \cdot a_0 + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}. \quad (I.29)$$

Тук влиянието на „неразложимия остатък“ ($\Delta a \cdot \Delta b$) се разпределя поравно към влиянията на двата фактора a и b .

Това предложение (допускане) е теоретично обосновано от С.М. Югенбург (Югенбург, 1955, с. 66-83).

Съществуват и други предложения, които се използват по-рядко в практиката на ДФА. Например, ако включим „неразложимия остатък“ ($\Delta a \cdot \Delta b$) към влиянието на втория фактор с коефициент, равен на $k = \frac{\Delta b \cdot a_0}{\Delta a \cdot b_0 + \Delta b \cdot a_0}$ или $k = \frac{\Delta b \cdot a_0}{\Delta a \cdot b_0}$ и добавим остатъка към влиянието на първия фактор.

Първият и вторият вариант на метода на просто добавяне на неразложимия остатък, според А.И. Ежов (Ежов, 1973, с. 20), са „универсални“ и решават проблема с „неразложимия остатък“. Тази методика за изчисление е защитена и от В.Е. Адамов (Адамов, 1977, с. 65). Той вярва, че „Въпреки всички възражения, единственият практически неприемлив, макар и че е основан на някои съображения, относно избора на индексните тегла, ще бъде метод на взаимосвързано изследване на влиянието на факторите, използвани в индекса на

изменение на качествения показател е тежестта на отчетния период, а в индекса на количествения показател - тежестта на базовия период“.

Описаният метод, въпреки че премахва проблема с „неразложимия остатък“, е свързан с условието за определяне на количествения (основен) и качествения (произведен) фактор, което усложнява задачата при използване на метода при големи сложни или смесени многофакторни модели. В същото време разлагането на абсолютното изменение на резултативния показател между влиянието на факторните променливи по метода на верижните замествания зависи от последователността на заместванията на факторните променливи при построяването на факторните вериги. В тази връзка не е възможно да получим еднозначно значение на количественото влияние на отделните фактори без съблюдаване на коментираните по-горе допълнителни условия.

I.2.8. Метод на претеглената крайна разлика

Методът на претеглената крайна разлика е изведен на основата на метода на простото добавяне на „неразложимия остатък“ при разделяне на този остатък поравно между влиянията на факторните променливи. Същността му се състои в това, че се определя влиянието на всеки един от участващите фактори във факторния модел по първия и по вариант на метода на просто добавяне на „неразложимия остатък“. Получените стойности за индивидуалните факторни влияния по двата варианта се сумират и се определя средноаритметичната им стойност. По този начин се получават резултати идентични с третия вариант на метода на просто добавяне на „неразложимия остатък“.

Методът на претеглената крайна разлика дава еднозначен отговор за стойностите на влиянията на участващите фактори като „неразложимият остатък“ се разпределя поравно между влиянието на

факторните променливи. Ако във факторния модел участват повече фактори, тогава индивидуалните факторни влияния се изчисляват по първия и по втория вариант на метода на просто добавяне на неразложимия остатък, след което получените стойности се усредняват.

Същността на метода на претеглените крайни разлики за мултипликативен двуфакторен модел от вида $P = a * b$ има следния вид:

$$\Delta P_a^I = a_1 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_1 = b_1 \cdot \Delta a \quad (\text{I.30})$$

$$\Delta P_a^{II} = a_1 \cdot b_0 - a_0 \cdot b_0 = b_0 \cdot \Delta a \quad (\text{I.31})$$

$$\begin{aligned} \Delta P_a &= \frac{\Delta P_a^I + \Delta P_a^{II}}{2} = \frac{b_1 \cdot \Delta a + b_0 \cdot \Delta a}{2} = \frac{\Delta a(b_0 + b_1)}{2} = \\ &= \frac{\Delta a(b_0 + b_0 + \Delta b)}{2} = \frac{\Delta a \cdot b_0 + \Delta a \cdot b_0 + \Delta a \cdot \Delta b}{2} = b_0 \cdot \Delta a + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} \end{aligned} \quad (\text{I.32})$$

и аналогично:

$$\Delta P_b^I = a_1 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_0 = \Delta b \cdot a_1. \quad (\text{I.33})$$

$$\Delta P_b^{II} = a_0 \cdot b_1 - a_0 \cdot b_0 = \Delta b \cdot a_0 \quad (\text{I.34})$$

$$\begin{aligned} \Delta P_b &= \frac{\Delta P_b^I + \Delta P_b^{II}}{2} = \frac{\Delta b \cdot a_1 + \Delta b \cdot a_0}{2} = \frac{\Delta b(a_0 + a_1)}{2} = \\ &= \frac{\Delta b(a_0 + a_0 + \Delta a)}{2} = \frac{\Delta b \cdot a_0 + \Delta b \cdot a_0 + \Delta a \cdot \Delta b}{2} = \Delta b \cdot a_0 + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

От горните изрази виждаме, че за факторните влияния получаваме идентични изкази като при интегралния метод и трети вариант на метода на просто добавяне на неразложимия остатък.

Авторите на метода на претеглените крайни разлики изтъкват, че този метод е много трудоемък и в сравнение с останалите методи значително се усложняват изчислителните процедури, понеже трябва да се премине през всички варианти на метода на простото добавяне на

неразложимия остатък. Методът на претеглените крайни разлики е изведен **единствено** за двуфакторен мултипликативен модел.

М.И. Баканов и А.Д. Шеремед (Баканов, Шеремед, 2001, с. 125) заключават, че при този метод се получават идентични резултати, както при интегралния метод, но само за двуфакторен мултипликативен модел. Тук изследователите отбелязват, че с увеличаване на броя на факторните променливи, а оттам и броят на вариантите на метода на простото добавяне на неразложимия остатък за всяко едно факторно влияние, описаната идентичност с останалите методи не са потвърждава. Поради това методът не е разработен за други факторни модели.

I.2.9. Логаритмичен метод

Логаритмичният метод е описан подробно от А. Хумал (Хумал, 1964), В. Федорова и Ю. Егоров (Федорова, Егоров, 1977, с. 71-73). Той се състои в това, че се постига логаритмично пропорционално разпределение на „неразложимия остатък“ за двата участващи фактори във двуфакторен мултипликативен модел. В този случай не е необходимо приоритизиране на участващите фактори в изследваните факторни модели.

Математически логаритмичният метод е описан по следния начин.

Факторният модел $P = a * b$ може да бъде представен в следния вид:

$$lgP = lga + lgb. \quad (I.36)$$

Тогава:

$$\Delta P = lgP_1 + lgP_0 = (lga_1 + lga_0) + (lgb_1 + lgb_0) \quad (I.37)$$

или

$$\lg \frac{P_1}{P_0} = \lg \frac{a_1}{a_0} + \lg \frac{b_1}{b_0}, \quad (I.38)$$

където: $\lg P_1 = \lg a_1 + \lg b_1$; и съответно: $\lg P_0 = \lg a_0 + \lg b_0$

Ако разделим двете части на израза на $\lg \frac{P_1}{P_0} = \lg \frac{a_1}{a_0} + \lg \frac{b_1}{b_0}$, и

умножим с ΔP , ще получим следното:

$$\Delta P = \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{a_1}{a_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} + \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{b_1}{b_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} \quad (I.39)$$

или

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b = k \cdot \lg \frac{a_1}{a_0} + k \cdot \lg \frac{b_1}{b_0}, \quad (I.40)$$

където: $k = \frac{\Delta P}{\lg \frac{P_1}{P_0}}$ или $k = \frac{\Delta P}{\lg P_1 - \lg P_0}$.

Изразът $\Delta P = \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{a_1}{a_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} + \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{b_1}{b_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}}$ за ΔP не е нищо повече от неговото

логаритмично пропорционално разпределение на „неразложимия остатък“ между влиянията на изследваните фактори. Ето защо авторите на този подход наричат този метод „метод на логаритмично разлагане на нарастването на ΔP по фактори“. Същността на логаритмичния метод е, че той позволява да се определят остатъчните влияния не само на два, но и на повече факторни променливи върху изменението на резултативния показател, без да се изисква приоритизиране на факторите.

Руският учен А. Хумал пише следното: „Такова разделение на нарастването на прираста на функцията може да се нарече нормално.“

Наименованието на метода се оправдава от факта, че полученото правило за разпределяне на прираста на резултативния показател остава в сила и при всякакъв брой на множителите (факторните променливи) във факторния модел от типа произведение, а именно: нарастването на резултативния показател се разделя пропорционално между факторните променливи логаритмично на техните коефициенти (индекси) на промяна“ (Хумал, 1964, с. 207).

По правило, в случай на по-голям брой факторни променливи в анализирания мултипликативен факторен модел (например $P = a * b * c * d$) общият прираст на резултативния показател ΔP има следния вид:

$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_a + \Delta P_b + \Delta P_c + \Delta P_d = \\ &= K_a \cdot \lg \frac{a_1}{a_0} + K_b \cdot \lg \frac{b_1}{b_0} + K_c \cdot \lg \frac{c_1}{c} + K_d \cdot \lg \frac{d_1}{d_0},\end{aligned}\quad (I.41)$$

$$\text{където: } K_a = \frac{\lg \frac{a_1}{a_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}}; K_b = \frac{\lg \frac{b_1}{b_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}}; K_c = \frac{\lg \frac{c_1}{c_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} \text{ и } K_d = \frac{\lg \frac{d_1}{d_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}}.$$

Разлагането на прираста на резултативния показател (ΔP) се постига поради въвеждане на коефициентите k_i където i са отделните фактори a, b, c и d . В случай че абсолютното изменение на резултативния показател е равен на нула ($\Delta P=0$), тогава се получава взаимното погасяване (компенсиране) на влиянията на факторните променливи, понеже при ($\Delta P=0, \frac{P_1}{P_0} = 1, \ln 1 = 0$ и $\lg 1 = 0$). Следователно използването на логаритмичния метод при натурален или десетичен логаритъм е практически невъзможно.

$$\text{Изразът } \Delta P = \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{a_1}{a_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} + \frac{\Delta P \cdot \lg \frac{b_1}{b_0}}{\lg \frac{P_1}{P_0}} \text{ може да бъде представен и по}$$

следния начин:

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b = \Delta P \cdot K_a + \Delta P \cdot K_b, \quad (I.42)$$

където: $K_a = \frac{lg \frac{a_1}{a_0}}{lg \frac{P_1}{P_0}}$ и $K_b = \frac{lg \frac{b_1}{b_0}}{lg \frac{P_1}{P_0}}$

В този си вид аналитичният израз за абсолютното изменение на резултативния показател представлява класическия вид за описване на методиката на логаритмичния метод на детерминиран факторен анализ. От този израз следва, че общият прираст (абсолютното изменение) на резултативния показател се разпределя логаритмично пропорционално между влиянията на факторните променливи, а именно като отношение на логаритъма на индекса на факторната променлива към логаритъма на индекса на резултативния показател. Тук няма значение кой логаритъм се използва натурален логаритъм – $(\ln N)$ или десетичен логаритъм $(lg N)$.

Ако приложим методиката на логаритмичния метод за условията на кратни факторни модели, ще получим следните изрази:

$$P = \frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}, \text{ тогава } lg \frac{b_1^{-1}}{b_0^{-1}} = lg \frac{b_0}{b_1}, \quad (I.43)$$

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b = \Delta P \cdot K_a + \Delta P \cdot K_b, \quad (I.44)$$

където: $K_a = \frac{lg \frac{a_1}{a_0}}{lg \frac{P_1}{P_0}}$ и $K_b = \frac{lg \frac{b_0}{b_1}}{lg \frac{P_1}{P_0}}$.

Приложението на логаритмичния метод при анализа на смесени факторни модели не решава проблема с получаването на изолирани стойности от целия набор от факторни променливи, които оказват влияние върху изменението на резултативния показател. Наличието на приблизителни стойности на влиянията на факторните променливи доказва несъвършенство на логаритмичния метод на ДФА.

Основният недостатък на логаритмичния метод за факторен анализ е, че той не може да бъде „универсален“, т.е. той може да се използва единствено при мултипликативни факторни модели при допускане на логаритмично пропорционално разпределение на „неразложимия остатък“. Ако при анализ на мултипликативни факторни модели се използва логаритмичният метод, тогава се получават точни стойности на влиянието на факторите променливи. Но когато $\Delta P = 0$, т.е. изменението на резултативния показател е равно на нула, тогава ДФА по логаритмичния метод се проваля и факторните влияния не могат да бъдат количествено определени.

1.2.10. Метод на разделяне на прираста на факторите

По-нататъшно развитие на метода на диференциалното смятане е методът на разделяне на прираста на факторите, при което прирастът на всяка факторна променлива се разделя на няколко достатъчно малки интервали и се извършва преизчисляване на стойностите на частните им производни при всяко (вече достатъчно малко) изменение на фактора във времето. Степента на разделянето се взема така, че общата грешка да не повлияе на точността на икономическите изследвания.

Следователно нарастването на функцията $P = (a, b)$ може да бъде представено в следния вид:

$$\begin{aligned} \Delta P = & \Delta^I a \cdot \sum_{i=0}^n \int^I a(a_0 + i \cdot \Delta^I a, b_0 + i \cdot \Delta^I b) + \\ & + \Delta^I b \cdot \sum_{i=0}^n \int^I b(b_0 + i \cdot \Delta^I a, b_0 + i \cdot \Delta^I b) + \varepsilon, \end{aligned} \quad (I.45)$$

където: $\Delta^I a = \frac{a_1 - a_0}{n}$;

$$\Delta^I b = \frac{b_1 - b_0}{n};$$

n - броят на отрезите, на които се разбива прирастът (изменението) на факторите;

Изменението на функцията $P = (a, b)$ вследствие на абсолютното изменение на фактора a се определя по изрази:

$$\Delta P_a^n = \Delta^I a \cdot \sum_{i=0}^n \int^I a(a_0 + i \cdot \Delta^I a, b_0 + i \cdot \Delta^I b). \quad (\text{I.46})$$

Изменението на функцията $P = (a, b)$ вследствие на абсолютното изменение на фактора b се определя по изрази:

$$\Delta P_b^n = \Delta^I b \cdot \sum_{i=0}^n \int^I b(a_0 + i \cdot \Delta^I a, b_0 + i \cdot \Delta^I b). \quad (\text{I.47})$$

Абсолютната грешка ($S_{\Delta P}$) намалява с нарастването на броя на отрезите, на които се разбиват абсолютните изменения на факторните променливи.

Например, когато се анализират кратни факторни модели от вида $P = \frac{a}{b}$ по метода на разделяне на прираста на факторите, получаваме следните математически изрази за определяне на количествените влияния на факторните променливи върху изменението на резултативния показател:

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b; \quad (\text{I.48})$$

$$\Delta P_a = \Delta^I a \sum_{i=0}^n \frac{1}{b_0 + i \cdot \Delta^I b}; \quad (\text{I.49})$$

$$\Delta P_b = \Delta^I b \sum_{i=0}^n \frac{a_0 + i \cdot \Delta^I a}{b_0 + i \cdot \Delta^I b}; \quad (\text{I.50})$$

Абсолютната грешка ($S_{\Delta P}$) може да се пренебрегне, когато броят на отрезите на изменението на факторните променливи (n) стане достатъчно голямо число, но все пак тя съществува, т.е. при $n \rightarrow \infty$, то $S_{\Delta P} \rightarrow 0$.

Методът разделяне на прираста на факторите има предимства пред метода на верижните замествания, понеже позволява да се определи еднозначно влиянието на факторните променливи при предварително зададена точност на изчислителните процедури. Методът не е свързан с последователността на заместване на факторните променливи и избора на количествени (първични) и качествени (вторични) факторни показатели. Методът разделяне на прираста на факторите е ограничен относно възможностите за диференцируемост на функцията на резултативния показател (факторния модел) в разглеждания интервал.

I.2.11. Интегрален метод за факторен анализ

Интегралният метод е обоснован от А.Д. Шеремет, Г.Г. Дей и В.Н. Шаповалов (Шеремет и др., 1971) и се счита за метод със значително по-висока точност от метода на верижните замествания и останалите методи на ДФА. Той представлява по-нататъшно логаритмично развитие на метода на разделяне на прираста на факторите. Този метод се основава на сумиране на нарастванията на функцията на резултативния показател, дефинирана като частична производна, която е умножена по нарастването на аргумента (факторните променливи), разделен на безкрайно малки интервали.

За приложимостта на метода е необходимо да бъдат изпълнени следните условия:

1. Непрекъсната диференцируемост на функцията в целия интервал на нейното изменение.

2. Изменението на функцията между началото и края на анализирувания период се извършва под формата на права линия.

3. Скоростта на изменение на участващите във факторния модел факторни променливи е постоянна.

Второто и третото условие за приложението на интегралния метод на детерминиран факторен анализ изискват скоростта на изменение на факторите да е относително постоянна, а именно факторите да се изменят в определен времеви интервал с еднаква скорост, т.е. $\left(\frac{\partial a}{\partial b} = \text{const.}\right)$. Тук стойностите на факторните променливи се разглеждат дискретно - към два момента T_0 и T_1 . В този случай изменението на влиянието на факторите се описва от права линия. Когато стойностите на факторните променливи се разглеждат в непрекъснат интервал вътре в анализирувания период, изменението на влиянието на факторите се описва обикновено от крива линия. **Интегралният метод се базира на сумирането на прираста на функцията, отразяваща зависимостта между факторните променливи и резултативния показател.** Изменението на функцията на резултативния показател в интервала T_0 и T_1 е равно на интеграл, съответстващ на този интервал от диференциала на функцията.

При интегралния метод т.нар. „неразложим остатък“ се разпределя поравно между влиянията на факторните променливи.

От руските учени М.И. Баканов и А.Д. Шеремед (Бакалов, Шеремед, 2001, с. 139-143) са изведени работни формули за определяне на индивидуалните факторни влияния при ограничен брой видове факторни модели (табл. № I.3).

Таблица № 1.3

Математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по интегралния метод при различни видове факторни модели

Факторни модели	Влияние на факторите:			
	Влияние на фактора a : ΔP_A	Влияние на фактора b : ΔP_B	Влияние на фактора c : ΔP_C	Влияние на факторите d и e : ΔP_d (и ΔP_e)
Мультипликативни факторни модели				
$P = a * b$	$\Delta P_A = b_0 \cdot \Delta a + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}$	$\Delta P_B = a_0 \cdot \Delta b + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}$	-	-
$P = a * b * c$	$\Delta P_A = \frac{1}{2} \Delta a (b_0 c_1 + b_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c$	$\Delta P_B = \frac{1}{2} \Delta b (a_0 c_1 + a_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c$	$\Delta P_C = \frac{1}{2} \Delta c (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c$	-
$P = a * b * c * d$	$\Delta P_A = \frac{1}{6} \Delta a \left\{ \begin{array}{l} 3d_0 b_0 c_0 + \\ + b_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + \\ + d_1 c_0 (b_1 + \Delta b) + \\ + c_1 b_0 (d_1 + \Delta d) \end{array} \right\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d$	$\Delta P_B = \frac{1}{6} \Delta b \left\{ \begin{array}{l} 3d_0 a_0 c_0 + \\ + a_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + \\ + d_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + \\ + c_1 a_0 (d_1 + \Delta d) \end{array} \right\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d$	$\Delta P_C = \frac{1}{6} \Delta c \left\{ \begin{array}{l} 3d_0 a_0 b_0 + \\ + d_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + \\ + b_1 d_0 (a_1 + \Delta a) + \\ + a_1 b_0 (d_1 + \Delta d) \end{array} \right\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d$	$\Delta P_d = \frac{1}{6} \Delta d \left\{ \begin{array}{l} 3c_0 a_0 b_0 + \\ + c_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + \\ + b_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + \\ + a_1 b_0 (c_1 + \Delta c) \end{array} \right\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d$
Аддитивно-кратни факторни модели				
$P = \frac{a}{b}$	$\Delta P_A = \frac{\Delta a}{\Delta b} \ln \left \frac{b_1}{b_0} \right $	$\Delta P_B = \Delta P - \Delta P_A$	-	-
$P = \frac{a}{b + c}$	$\Delta P_A = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c} \ln \left \frac{b_1 + c_1}{b_0 + c_0} \right $	$\Delta P_B = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta b$	$\Delta P_C = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta c$ или $\Delta P_C = \Delta P - (\Delta P_A + \Delta P_B)$	-
$P = \frac{a}{b + c + d}$	$\Delta P_A = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \ln \left \frac{b_1 + c_1 + d_1}{b_0 + c_0 + d_0} \right $	$\Delta P_b = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta b$	$\Delta P_c = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta c$	$\Delta P_d = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta d$
$P = \frac{a}{b + c + d + e}$	$\Delta P_A = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta e} \ln \left \frac{b_1 + c_1 + d_1 + e_1}{b_0 + c_0 + d_0 + e_0} \right $	$\Delta P_b = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{b_0 + c_0 + d_0 + e_0} \cdot \Delta b$	$\Delta P_c = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{b_0 + c_0 + d_0 + e_0} \cdot \Delta c$	$\Delta P_d = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{b_0 + c_0 + d_0 + e_0} \cdot \Delta d$ и $\Delta P_e = \frac{\Delta P - \Delta P_A}{b_0 + c_0 + d_0 + e_0} \cdot \Delta e$

Забележка: Таблицата е съставена по: Шеремет, А. Д. и др., Экономико-математические методы в анализе хозяйственной деятельности предприятий и объединений, „Финанси и статистика“, М., 1982, с. 94-99.

Детерминираният факторен анализ при двуфакторен мултипликативен модел ($P = A * B$) по интегралния метод има следния вид:

а) Влиянието на фактора А се определя по изказа:

$$\Delta P_a = b_0 \cdot \Delta a + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}. \quad (\text{I.51})$$

б) Влиянието на фактора В се определя по изказа:

$$\Delta P_b = a_0 \cdot \Delta b + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}. \quad (\text{I.52})$$

Пример I.3: Известни са следните данни за едно предприятие (табл. № I.4). Да се извърши факторен анализ по интегралния метод.

Таблица № I.4

Примерни данни

Показатели	Означе- ние	2020 г.	2021 г.	Изменение
1. Обем на произведената продукция, t	a	780000	786500	6500
2. Средно-претеглена продажна цена, лв/t.	b	42.50	43.75	1.25
3. Стойност на произведена продукция, лв.	P	33150000	34409375	1259375

а) Отклонение на стойността на произведената продукция:

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 34\,409\,375 - 33\,150\,000 = 1\,259\,375 \text{ лв.}$$

б) Влияние на промените в обема на произведената продукция:

$$\begin{aligned} \Delta P_a &= b_0 \cdot \Delta a + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = \\ &= 42,50 \cdot (786500 - 780000) + \frac{(786500 - 780000) \cdot (43,75 - 42,50)}{2} = \\ &= 280\,312,50 \text{ лв.} \end{aligned}$$

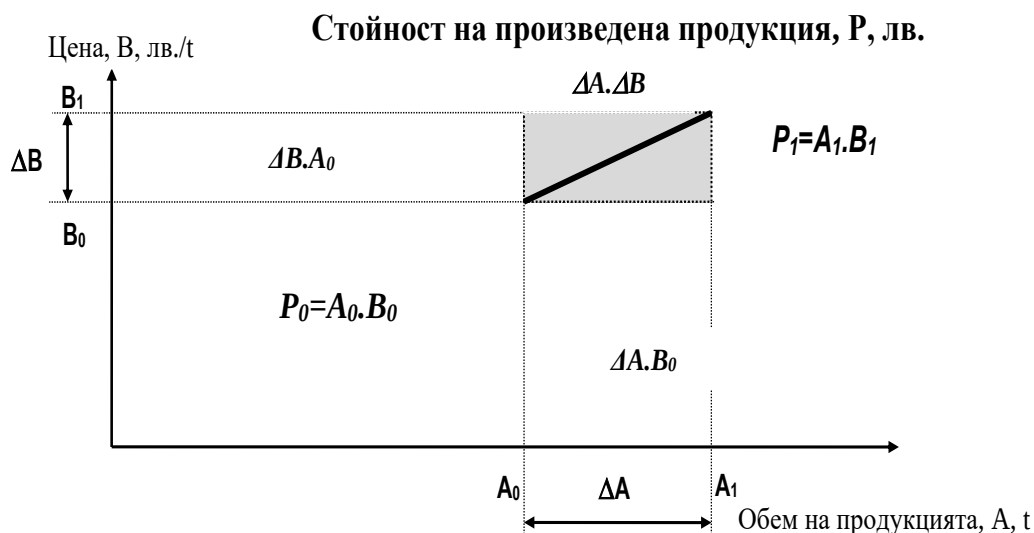
в) Влияние на промените в средно-претеглената продажна цена на продукцията:

$$\begin{aligned}\Delta P_b &= a_0 \cdot \Delta b + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = \\ &= 780000 \cdot (43,75 - 42,5) + \frac{(786500 - 780000) \cdot (43,75 - 42,5)}{2} = \\ &= 979\,062,50 \text{ лв.}\end{aligned}$$

г) Комплексно влияние на факторите:

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b = 280\,312,50 + 979\,062,50 = 125\,375,00 \text{ лв.}$$

На фиг. I.2 е представено графичното разпределение на „неразложимия остатък“ поравно между факторните влияния. Това е вследствие на допускането, че в интервала от време изменението на функцията на резултативния показател ($\Delta P = P_1 - P_0$) се извършва под формата на права линия, което е вследствие на изискването скоростта на изменение на участващите фактори да е постоянна.



Фиг. I.2. Графично представяне на интегралния метод при двуфакторен мултипликативен модел от вида: $P = A * B$

От фиг. I.2 можем да видим, че площта на долния десен правоъгълник показва изменението на резултативния показател (P) вследствие на изменението на фактора A , а именно: $\Delta A \cdot B_0$. Площта на горния ляв правоъгълник показва изменението на резултативния показател (P) вследствие на изменението на фактора B , а именно: $\Delta B \cdot A_0$. А площта на горния десен правоъгълник показва изменението на резултативния показател (P) вследствие на едновременното изменение на двата фактора, а именно т.нар. „неразложим остатък“, който е равен на $\Delta A * \Delta B$. „Неразложимият остатък“ се разделя на две и се добавя поравно към влиянията на двата фактора.

Интегралният метод намира широко приложение в практика на ДФА (Баканов, Шеремет, 1999), понеже изчислителните процедури определят неоеднозначна оценка на влиянието на факторите.

За разлика от метода на верижните замествания в интегралния метод действа логаритмичен закон за преразпределение на факторните влияния. Този метод е обективен, като включва каквито и да било предложения за ролите на факторите за провеждане на анализ и предлага единен подход за анализ на факторни модели от мултипликативен, кратен и адитивно-кратен вид (Блюмин, Суханов, Чеботарёв, 2004, с. 44).

Към недостатъците на интегралния метод могат да се причислят и трудностите, свързани с извеждането на математическите изрази за определяне на факторното влияние на произволни факторни модели. Така, в (Баканов и др, 1997) и (Бутник-Сиверский и др, 1982) за облекчаване на решаването на задачите, свързани с построяване на подинтегрални изрази, се построяват изходни матрици. При това „последващото изчисляване на определен интеграл по зададени подинтегрални функции и зададен интервал на интегриране се извършва с помощта на стандартна програма, в която се използва формулата на Симпсон, или ръчно в съответствие с общите правила за интегриране“ (Баканов и др, 1997).

Приложението на интегралния метод в практиката е ограничено поради ограничения брой форми на връзката между резултативен показател и факторни променливи (факторни модели), за които са изведени математическите зависимости, по които се изчисляват индивидуалните факторни влияния. Сложността на използването на интегралния метод е функция от сложността на факторния модел. При сложни или смесени факторни модели по-лесно е използването на метода на верижните замествания при извършване на факторния анализ.

Интегралният метод се характеризира с **по-висока точност** от метода на верижните замествания. Това се дължи на следното, че при извършване на ДФА и по двата метода се наблюдава разлика в получените резултати за индивидуалните факторни влияния. Анализът на този вид отклонения заключава, че това се дължи на последователността на извършването на заместването на стойностите на факторните променливи при построяване на факторните вериги по метода на верижните замествания. Интегралният метод е приложим само при ограничения кръг факторни модели, за които са изведени математическите зависимости за директно определяне на индивидуалните факторни влияния. Методът се характеризира с абсолютна точност единствено при мултипликативните факторни модели, при допускане на средноаритметично разпределение на „неразложимия остатък“ между факторните променливи.

I.2.12. Индексен метод

Индексният метод намира най-широко приложение в статистиката, но също така успешно се прилага и при ДФА при ограничен брой видове на факторните модели. Под индекси трябва да се разбират специфично конструирани измерители, измерващи динамиката на показателите чрез отношението на две стойности на факторните

променливи, характерни за двата сравнявани периода. Съгласно вида на факторните модели, при които се използва индексният метод, индексите се разделят на два вида: синтетични (индивидуални или единични) и аналитични (агрегатни или множествени).

Синтетичните индекси служат за анализ на динамиката на явленията, т.е. на един показател, в количествен аспект във времето посредством единична числова характеристика, а аналитичните индекси служат за измерване на влиянията на явленията-фактори (факторните променливи) върху изменението на дадено явление-резултат (резултативния показател), обусловен от две или повече факторни променливи. Индексният факторен анализ се извършва в два аспекта:

- Разлагане на общия индекс на факторни субиндекси, за да се установи какво е влиянието на изменението на всеки един фактор върху изменението на резултативния показател.
- Разлагане на общия прираст на резултативния показател на отделни компоненти (факторни влияния), които са обусловени от изменението на съответните факторни променливи.

Индексният метод е приложим при следните типове факторни модели:

I тип: Мултипликативни факторни модели – $P = a * b$;

II тип: Резултативният показател е сума от произведенията на няколко факторни променливи – $P = \sum a * b$

Пример I.4. В табл. № I.5 са известни следните данни за едно производствено предприятие:

Таблица № I.5

Примерни данни

Показатели	Означение	2020 г.	2021 г.	Изменение
Произведена продукция, t	a	24000	24500	500
Енергопоглъщаемост, kVAh/t	b	0.74	0.75	0.01
Разход на ел.енергия, kVAh	P	17760	18375	615

При двуфакторен мултипликативен модел ($P = a * b$) индексната зависимост има следния вид:

$$I_p = I_a \cdot I_b \quad (I.53)$$

където: I_p, I_a, I_b са съответно: индекси на изразходваната ел.енергия (резултативният показател); на количеството на произведената продукция и на енергопоглъщаемостта (факторните променливи).

При индексния метод абсолютното отклонение на резултативния показател може да се разложи по два начина: мултипликативно (като произведение) и адитивно (като сбор) от индивидуалните факторни влияния.

В практиката на индексния метод се използват двата вида ДФА – мултипликативен и адитивен.

А. Мултипликативен факторен анализ

При мултипликативния факторен анализ общият индекс на разхода на ел. енергия (резултативният показател) е

$$I_P = \frac{P_1}{P_0} = \frac{a_1 \cdot b_1}{a_0 \cdot b_0} = \frac{18375}{17760} = 1,0346 = 103,46\% (+3,46\%).$$

а) влияние на изменението на количеството на произведената продукция (факторна променлива - a):

$$I_a = \frac{a_1}{a_0} = \frac{24500}{24000} = 1,0208 = 102,08\% (+2,08\%)$$

б) влияние на изменението на енергопоглъщаемостта (факторна променлива - b):

$$I_b = \frac{b_1}{b_0} = \frac{0,75}{0,74} = 1,0135 = 101,35\% (+1,35\%)$$

$$I_p = 3,46\% \neq I_a + I_b = 2,08 + 1,35 = 3,43\%.$$

При мултипликативния факторен анализ по индексния метод се вижда, че сумата от индексите на изменение на факторните променливи не е равна на индекса на изменение на резултативния показател, т.е. $I_p \neq I_a + I_b$. Следователно и тук може да се говори за съществуването на „неразложим остатък“, който е в резултат на съчетаното изменение и на двете факторни променливи. Този недостатък на мултипликативния факторен анализ по индексния метод се преодолява с помощта на адитивния факторен анализ по индексния метод.

Б. Адитивен факторен анализ

При адитивния факторен анализ абсолютното изменение на резултативния показател се разлага на влиянието на двете факторни променливи и съвкупното влияние от едновременното им изменение. Методиката на адитивния факторен анализ е представена в следния ред:

а) определяне на влиянието на отделните компоненти върху абсолютния прираст на резултативния показател:

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 18375 - 17760 = 615 \text{ kVAh}$$

$$\Delta P_a = b_0 \Delta a = b_0 (a_1 - a_0) = 0,74 \cdot (24500 - 24000) = 370 \text{ kVAh}$$

$$\Delta P_b = a_0 \Delta b = a_0 (b_1 - b_0) = 24000 \cdot (0,75 - 0,74) = 240 \text{ kVAh}$$

$$\Delta P_{a,b} = \Delta A \cdot \Delta B = (a_1 - a_0) \cdot (b_1 - b_0) =$$

$$= (24500 - 24000) \cdot (0,75 - 0,74) = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ kVAh}$$

Последният израз е влиянието от съчетаното (едновременното) изменение и на двете факторни променливи, а именно влиянието на т.нар. „неразложим остатък“.

Комплексното влияние представлява сумата от отделните факторни влияния и съчетаното влияние от едновременното изменение на участващите факторни променливи, а именно:

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_b + \Delta P_{a,b} = 370 + 240 + 5 = 615 \text{ kVAh}$$

б) определяне на разпределението на относителния прираст на резултативния показател:

$$P_{\Delta P_a} = \frac{\Delta P_a}{a_0 \cdot b_0} = \frac{370}{17760} = 0,0208 = 2,08\%$$

$$P_{\Delta P_b} = \frac{\Delta P_b}{a_0 \cdot b_0} = \frac{240}{17760} = 0,0135 = 1,35\%$$

$$P_{\Delta P_{a,b}} = \frac{\Delta P_{a,b}}{a_0 \cdot b_0} = \frac{5}{17760} = 0,282 \cdot 10^{-3} \approx 0,03\%$$

Комплексното влияние представлява сумата от отделните факторни влияния и съчетаното влияние от едновременното изменение на участващите факторни променливи, а именно:

$$\Delta P_{\Delta P} = P_{\Delta P_a} + P_{\Delta P_b} + P_{\Delta P_{a,b}} = 2,08 + 1,35 + 0,03 = 3,46\%$$

в) пропорционално разпределение на прираста на резултативния показател вследствие на съчетаното влияние от едновременното изменение на участващите факторни променливи ($\Delta P_{a,b}$) между прирастите, обусловени от самостоятелните влияния на факторите (ΔP_a и ΔP_b).

$$\Delta P_a^I = \Delta P_a + \Delta P_{a,b} \frac{\Delta P_a}{|\Delta P_a| + |\Delta P_b|} = 370 + 5 \frac{370}{370 + 240} =$$

$$= 370 + 5 \cdot 0,6066 = 373 \text{ kVAh}$$

$$\Delta P_b^I = \Delta P_b + \Delta P_{a,b} \frac{\Delta P_b}{|\Delta P_a| + |\Delta P_b|} = 240 + 5 \frac{240}{370 + 240} =$$

$$= 240 + 5 \cdot 0,3934 = 242 \text{ kVAh}$$

Комплексното влияние вече представлява сумата на факторните влияния след пропорционално разпределение на прираста от съчетаното влияние на двата фактора ($\Delta P_{a,b}$) между тях:

$$\Delta P = \Delta P_a^I + \Delta P_b^I = 373 + 242 = 615 \text{ kVAh}$$

Както се вижда от горното, „неразложимият остатък“ (съчетаното влияние от едновременното изменение на участващите фактори) се преразпределя пропорционално към индивидуалните факторни влияния.

Същността на методиката на индексния метод при втория тип факторни модели, а именно: Резултативният показател е сума от произведенията на две факторни променливи ($P = \sum a * b$), има следния вид:

1) Индексът на изменение на резултативния показател има следния вид:

$$I_p = \frac{\sum a_1.b_1}{\sum a_0.b_0}. \quad (I.53)$$

След преобразуване индексът на резултативния показател добива вида:

$$I_p = \frac{\sum a_1.b_1}{\sum a_1.b_0} \cdot \frac{\sum a_1.b_0}{\sum a_0.b_0} = I_b \cdot I_a. \quad (I.55)$$

Частните индекси, отчитащи индивидуалното влияние на двата фактора, са съответно:

$$I_{p_a} = \frac{\sum a_1.b_0}{\sum a_0.b_0}; \quad (I.56)$$

$$I_{p_b} = \frac{\sum a_1.b_1}{\sum a_1.b_0}. \quad (I.57)$$

Тогава абсолютното изменение на резултативния показател може да се разложи на следните съставни:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum a_1.b_1 - \sum a_0.b_0 = \\ &= (\sum a_1.b_0 - \sum a_0.b_0) + (\sum a_1.b_1 - \sum a_1.b_0), \end{aligned} \quad (I.58)$$

където частта в първите скоби изразява влиянието на изменението на първия фактор (a), а частта във вторите скоби – влиянието на изменението на втория фактор (b), т.е.:

$$\Delta P_a = (\sum a_1 \cdot b_0 - \sum a_0 \cdot b_0); \quad (I.59)$$

$$\Delta P_b = (\sum a_1 \cdot b_1 - \sum a_1 \cdot b_0). \quad (I.60)$$

Посоченият принцип на разлагане на абсолютното изменение на резултативния показател по фактори е изведен за случая, когато броят на факторите е равен на два (единият от тях е количествен, а другият – качествен) и анализираният показател представлява тяхно произведение.

От изведените математически изрази за факторните влияния се вижда, че т.нар. „неразложим остатък“ се добавя изцяло към влиянието на втората факторна променлива. Следователно методът е аналогичен на метода на верижните замествания и метода на абсолютните разлики и съответно притежава същия недостатък.

До същото заключение са достигнали руските учени Михаил Бакалов и Анатолий Шеремед, които заключават следното: „Представеният принцип на разлагане на абсолютното изменение на резултативния показател по фактори е разработен за случая, когато броят на факторите е два (единият от тях е количествен, а другият – качествен), а анализираният резултативен показател е тяхно произведение. Според Баканов и Шеремед: „Теорията на индексите не дава общ метод за разлагане на абсолютното отклонение на резултативния показател по факторни променливи при брой на факторите по-голям от два.“ (Бакалов, Шеремед, 2001, с. 120).

Индексният метод намира приложение в практиката на финансово-стопанския анализ при изследване на динамиката на индексни величини, каквито най-често се използват в икономическата статистика. При изследване на величини, които нямат индексен характер, използването му е нецелесъобразно поради високата му сложност, нееднозначност на получените резултати и голям брой изчислителни процедури.

I.2.13. „Нови методи, основани на приложението на класическия математически анализ“

В началото на века в специализираната литература са представени два нови метода на ДФА, приложими за мултипликативни, кратни и за адитивно-кратни детерминирани факторни модели. И двата метода се основават на разработения метод на крайните прирасти и приложението на класическия математически анализ за извеждане на индивидуалните факторни влияния чрез теоремите за средните стойности. Тези теореми последователно водят до формулата за крайни нараствания (формула на Лагранж), която става основа за разработването на нов метод за икономически факторен анализ, приложим в условията на произволни крайни нараствания на участващите фактори.

Резултатите от реализацията на двата метода са представени в следните публикации: (Чеботарёв, 1998); (Блюмин, Суханов, Чеботарёв, 1998, 2000, 2003) и (Chebotarev, 1999, 2001, 2003).

Същността, допусканията, практическото приложение и недостатъците на тези методи са обобщени и са представени детайлно от С.Л. Блюмин, В.Ф. Суханов и С.В. Чеботарев (Блюмин, Суханов, Чеботарёв, 2004, с. 59-79).

Първият метод е основан на теоремата на Лагранж за крайните нараствания, а вторият метод е основан на интегралната форма на теоремите за средните стойности.

Същността на двата метода и изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите фактори е представена по-долу.

I.2.13.1. „Нов метод, основан на приложението на теоремата на Лагранж за крайните нараствания“

Първият метод е основан на приложението на теоремата на Лагранж за крайните нараствания. Изведените математически изрази за определяне на факторните влияния при мултипликативни, кратни и адитивно-кратни факторни модели са представено на табл. № I.6.

При мултипликативните факторни модели, ако всички фактори и техните нараствания са положителни, тогава методът на Лагранж позволява да се намери еднозначен израз за точно представяне на нарастването на резултантния показател като функция на факторните нараствания и следователно методът предлага еднозначно решение на основния проблем на детерминирания факторен анализ, а именно: **еднозначност на резултатите за факторните влияния, но само при положителни фактори и факторни нараствания.**

Обаче, ако стойностите на факторите и техните нараствания **не са положителни**, тогава се допускат различни варианти за разлагане на нарастването на резултативния показател и метода не дава **еднозначно решение.**

Първият недостатък на първия вариант на метода, основан на приложението на теоремата на Лагранж за крайните нараствания е фактът, че той се характеризира със **значителен обем на изчислителните процедури при определяне на коефициентите на факторните нараствания**, а именно: λ – при мултипликативните факторни модели и α – при кратните и адитивно-кратните факторни модели. Поради тази причина авторите на метода препоръчват да се използват електронни таблици или други специализирани софтуерни продукти. Това значително затруднява практическото приложение на метода на Лагранж за целите на ДФА.

Таблица № I.6

Формули за определяне на факторните влияния по теоремата на Лагранж за крайните нараствания

Факторен модел	Структура на факторния модел	Формули за определяне на влиянието на факторите върху изменението на резултативния фактор, $A_{x_{i(j)}}$
$y = \prod_{i=1}^n x_i$	$\Delta y = \prod_{i=1}^n (x_i + \Delta x_i) - \prod_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_i} = \prod_{j=1}^{i-1} (x_j + \alpha \Delta x_j) \cdot \Delta x_i \cdot \prod_{k=i+1}^n (x_k + \alpha \Delta x_k),$ където: α може да се намери след решаване на изрази: $\sum_{m=0}^{n-2} (n-m) \cdot \lambda_m \cdot \alpha^{n-1-m} - \sum_{m=0}^{n-2} \lambda_m = 0, \quad \lambda_0 = 1 > 0, \quad \lambda_m = \sum_{i=1}^m \prod_{j=1}^m a_{ij} > 0,$ $a_{ij} = \frac{1}{\delta_{x_k}} = \frac{x_k}{\Delta x_k}, \quad m = 1, \dots, n-2, \quad k = 1, \dots, n$
$y = \frac{x_1}{x_2}$	$\Delta y = \frac{x_1 + \Delta x_1}{x_2 + \Delta x_2} - \frac{x_1}{x_2} = A_{x_1} + A_{x_2}$	$A_{x_1} = \frac{\Delta x_1}{x_2 + \alpha \Delta x_2}, \quad A_{x_2} = \frac{\Delta x_2 (x_1 + \alpha \Delta x_1)}{(x_2 + \alpha \Delta x_2)^2}, \quad \alpha = \frac{\sqrt{x_2(x_2 + \Delta x_2)} - x_2}{\Delta x_2}$
$y = \frac{\sum_{i=2}^n x_i}{x_1}$	$\Delta y = \frac{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)}{x_1 + \Delta x_1} - \frac{\sum_{i=2}^n x_i}{x_1} = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_1} = \Delta x_1 \cdot \frac{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)}{(x_1 + \alpha \Delta x_1)^2}, \quad A_{x_{i(i \geq 2)}} = \frac{\Delta x_i}{(x_1 + \alpha \Delta x_1)^2}, \quad \alpha = \frac{\sqrt{x_1(x_1 + \Delta x_1)} - x_1}{\Delta x_1}$
$y = \frac{x_1}{\sum_{i=2}^n x_i}$	$\Delta y = \frac{x_1 + \Delta x_1}{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)} - \frac{x_1}{\sum_{i=2}^n x_i} = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_1} = \frac{\Delta x_1}{\sum_{i=2}^n (x_i + \alpha \Delta x_i)}, \quad A_{x_{i(i \geq 2)}} = \frac{\Delta x_i (x_1 + \alpha \Delta x_1)}{(\sum_{i=2}^n (x_i + \alpha \Delta x_i))^2}, \quad \alpha = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^n x_i \cdot \sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)} - \sum_{i=2}^n x_i}{\sum_{i=2}^n \Delta x_i}$
$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{j=n+1}^m x_j}$	$\Delta y = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i + \Delta x_i)}{\sum_{j=n+1}^m (x_j + \Delta x_j)} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{j=n+1}^m x_j} = \sum_{k=1}^m A_{x_k}$	$A_{x_{1(i \geq n)}} = \frac{\Delta x_i}{\sum_{j=n+1}^m (x_j + \alpha \Delta x_j)}, \quad A_{x_{j(n+1 \leq j \leq m)}} = \frac{\Delta x_j \cdot \sum_{i=1}^n (x_i + \alpha \Delta x_i)}{(\sum_{j=n+1}^m (x_j + \Delta x_j))^2},$ $\alpha = \frac{\sqrt{\sum_{j=n+1}^m x_j \cdot \sum_{j=n+1}^m (x_j + \Delta x_j)} - \sum_{j=n+1}^m x_j}{\sum_{j=n+1}^m \Delta x_j}$

Забележка: Таблицата е съставена по: Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. Экономический факторный анализ. ЛЭГИ, Липецк, 2004, с. 76-77.

Вторият съществен недостатък на метода е, че „ако стойностите на факторите и техните нараствания са отрицателни, тогава се допускат различни варианти за разлагане на нарастването на резултативния показател и метода **не дава еднозначно решение**“ (Блюмин, Суханов, Чеботарёв, 2004, с. 64).

1.2.13.2. „Нов метод, основан на интегралната форма на теоремите за средните стойности“

Вторият „нов метод“ е основан на интегралната форма на теоремите за средните стойности. Изведените математически изрази за определяне на факторните влияния при мултипликативни, кратни и адитивно-кратни факторни модели са представено на табл. № 1.7.

„За да се опрости и подобри ефективността на прилагането на метода на Лагранж в случай на нестандартни детерминирани факторни модели, се препоръчва използването на специализирани математически пакети при изчисленията.“ (Блюмин, Иванова, Чеботарёв, 1999, с. 263-269). Специализираните софтуерни продукти значително опростяват диференцирането и интегрирането при разлагане на нарастването на резултативния показател по отношение на компонентите на факторните влияния. Това позволява да се намери точно решение на уравненията при изчисляване на параметъра λ и могат да се използват за решаване на други изчислителни проблеми.

При двуфакторен мултипликативен и двуфакторен кратен детерминиран модел методът дава идентични резултати с интегралния метод на ДФА.

Основният недостатък и тук отново е, че при три- или повече адитивно-кратни факторни модели при наличие на отрицателни стойности на факторните променливи (x_i) или на факторните нараствания (Δx_i) методът не дава еднозначни резултати, а получените резултати се различават съществено от тези по интегралния метод.

Таблица № I.7

Формули за определяне на факторните влияния по интегралната форма на теоремата за средните стойности

Факторен модел	Структура на факторния модел	Формули за определяне на влиянието на факторите върху изменението на резултативния фактор, $A_{x_{i(j)}}$
$y = \prod_{i=1}^n x_i$	$\Delta y = \prod_{i=1}^n (x_i - \Delta x_i) - \prod_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_i} = \prod_{i=1}^n \Delta x_i \cdot \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} \cdot \lambda_{n-k}^i \right), \lambda_0^i = 1, \lambda_m^i = \sum_{k=1}^{C_{n-1}^m} \prod_{j=1}^m a_{kj},$ където: а може да се намери след решаване на изрази: $a_{kj} = \frac{x_h}{\Delta x_h}, \quad m = 1, \dots, n-1, \quad h = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n$
$y = \frac{x_1}{x_2}$	$\Delta y = \frac{x_1 + \Delta x_1}{x_2 + \Delta x_2} - \frac{x_1}{x_2} = A_{x_1} + A_{x_2}$	$A_{x_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \cdot \ln \left \frac{x_2 + \Delta x_2}{x_2} \right , \quad A_{x_2} = \Delta y - A_{x_1}$
$y = \frac{\sum_{i=2}^n x_i}{x_1}$	$\Delta y = \frac{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)}{x_1 + \Delta x_1} - \frac{\sum_{i=2}^n x_i}{x_1} = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_{i(i \geq 2)}} = \frac{\Delta x_i}{\Delta x_1} \cdot \ln \left \frac{x_1 + \Delta x_1}{x_1} \right , \quad A_{x_1} = \Delta y - A_{x_i}$
$y = \frac{x_1}{\sum_{i=2}^n x_i}$	$\Delta y = \frac{x_1 + \Delta x_1}{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)} - \frac{x_1}{\sum_{i=2}^n x_i} = \sum_{i=1}^n A_{x_i}$	$A_{x_1} = \frac{\Delta x_1}{\sum_{i=2}^n x_i} \cdot \ln \left \frac{\sum_{i=2}^n (x_i + \Delta x_i)}{\sum_{i=2}^n x_i} \right , \quad A_{x_{i(i \geq 2)}} = \frac{\Delta y - A_{x_1}}{\sum_{i=2}^n \Delta x_i} \cdot \Delta x_i,$
$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{j=n+1}^m x_j}$	$\Delta y = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i + \Delta x_i)}{\sum_{j=n+1}^m (x_j + \Delta x_j)} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{j=n+1}^m x_j} = \sum_{k=1}^m A_{x_k}$	$A_{x_{1(i \leq n)}} = \frac{\Delta x_i}{\sum_{j=n+1}^m \Delta x_j} \cdot \ln \left \frac{\sum_{j=n+1}^m (x_j + \Delta x_j)}{\sum_{j=n+1}^m x_j} \right ,$ $A_{x_{j(n+1 \leq j \leq m)}} = \frac{\Delta y - \sum_{i=1}^n A_{x_i}}{\sum_{j=n+1}^m \Delta x_j} \cdot \Delta x_j,$

Забележка: Таблицата е съставена по: Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. Экономический факторный анализ. ЛЭГИ, Липецк, 2004, с. 78-79.

При три и повече факторни модели с мултипликативен, кратен или адитивно-кратен характер и при втория вариант на метода значително се усложняват изчислителните процедури и получените резултати се различават с резултатите, получени по интегралния метод, за факторните модели, които има разработени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния.

И двата т.нар. „нови методи“ са разработени при следното допускане: *Всички фактори във факторния модел са положителни числа и те нарастват през анализирания период ($T_0 \rightarrow T_1$)*. Това силно ограничава практическото приложение на тези методи. Поради този съществен недостатък те не са намерили **никакво** практическо приложение в ДФА. Допълнително тези методи се характеризират със значителния обем изчислителни процедури. Те не са разработени и не са приложими и при смесени факторни модели с разликов елемент в тях.

1.3. ПРИЛОЖИМОСТ НА МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ КЪМ ТИПОВЕТЕ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

Ако обобщим възможностите за приложение на различните методи на ДФА към видовете факторни модели, можем да съставим табл. № I.8.

Както се вижда от табл. № I.8, една част от методите са разработени само за мултипликативни факторни модели. Такива са: диференциалният; коефициентният; на абсолютните разлики; на относителните разлики; на деловото участие; на простото добавяне на неразложимия остатък; на претеглената крайна разлика; на разделянето на прираста на функцията. Това силно ограничава тяхната приложимост за нуждите на ДФА.

Таблица № I.8

Възможности за приложение на методите на ДФА към отделните видове факторни модели

Методи на ДФА	Видове факторни модели:			
	Адитивни или разликови	Мултипликативни	Кратни	Смесени
Метод на диференциалното смятане	-	+	-	-
Коефициентен метод	-	+	-	-
Метод на верижните замествания	+	+	+	+
Индексен метод	-	+	+	-
Метод на абсолютните разлики	-	+	-	Само за $P = a(b - c)$
Метод на относителните разлики	-	+	-	Само за $P = a(b - c)$
Метод на деловото участие	-	+ Само за $\Delta P \neq 0$	-	-
Метод на простото добавяне на неразложимия остатък	-	+	-	-
Метод на претеглена крайна разлика	-	+	-	-
Метод на разделяне на прираста на факторите	-	+	-	-
Интегрален метод	-	+	+	Само за $P = \frac{a}{b + c + \dots}$
Логаритмичен метод	-	+ Само за $\Delta P \neq 0$	+ Само за $\Delta P \neq 0$	Само за $P = \frac{a * b * \dots}{c * d * \dots}$ и $\Delta P \neq 0$

Друга част от методите са разработени единствено за двуфакторни модели. Такива са: диференциалният; на простото добавяне на неразложимия остатък; на претеглената крайна разлика; на разделянето на прираста по фактори и логаритмичният.

Методът на деловото участие и логаритмичният метод са приложими единствено когато изменението на резултативния показател

и съответно сумата на индивидуалните факторни влияния е различно от нула.

I.4. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ПЪРВА

Методът на верижните замествания е основен, най-често използван, а също така и универсален метод на детерминиран факторен анализ. Неговото приложение не зависи от вида на връзката между резултативния показател и участващите факторни променливи в детерминираната математическа зависимост, което подчертава неговата универсалност, за разлика от останалите методи на ДФА.

Въпреки това методът на верижните замествания има един съществен недостатък, а именно това, че количествено определените стойности на влиянията на факторните променливи, въздействащи върху изменението на резултативния показател, зависят от поредността на извършване на факторните замествания при построяване на факторните вериги. Ако променим реда на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги, ще получим друго разпределение за индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател, т.е. те не могат да бъдат еднозначно количествено определени. Иначе казано, по този метод трябва много точно да се определи кой от участващите фактори във факторния модел е първичен, кой е вторичен, кой е трети по ред и т.н., което често не може да бъде коректно обосновано и създава значителни неудобства за финансовите анализатори.

Допускането при метода на верижните замествания е следното: първо се променя стойността на първия фактор, отчита се неговото влияние, после се променя стойността на втория фактор при вече променена стойност на първия фактор, отчита се неговото влияние и т.н. Това означава, че влиянието на всеки следващ фактор се определя при

вече променена стойност на предходния фактор (или предходните фактори). Разгледано обаче дискретно, т.е. към два периода T_0 и T_1 , това компрометира точността на получените резултати, поради това че през анализирания период икономическите показатели, които се обект на анализ в теорията и практиката, се променят плавно, т.е. с еднаква или близка скорост.

При метода на верижните замествания разпределението на т.нар. „неразложим остатък“ е неравномерно между влиянията на факторните променливи. Влиянието на първия фактор не получава разпределение от „неразложимия остатък“, а всеки следващ фактор получава по-голяма част от разпределението на „неразложимия остатък“.

Редица български изследователи – М. Тимчев (Тимчев, 1994, с. 30-31), Кр. Чуков (Чуков, 2002, с. 13), В. Митев (Митев, 2008, с. 45-48), а също така и руски учени – А.И. Алексеева, Ю.В. Васильев, А.В. Малеева, Л.И. Ушвицкий (Алексеева и др., 2006, с. 42) и В.А. Прокофьев, В.В. Носов, Т.В. Саломатина (Прокофьев и др., 2014), препоръчват следното: „Успешното използване на метода на верижните замествания в голяма степен зависи от възприетата последователност на измерване на влиянието на отделните фактори. Тази последователност зависи пряко от последователността на заместване на базисните (плановите) с фактическите значения на факторните показатели. При произволна смяна на последователността на заместване аналитичните резултати се променят, без това да се отразява на величината на комплексното влияние на факторите.“ Те също така подчертават, че „... като правило верижното заместване трябва да върви в последователност, съответстваща на причинно-следствения порядък на действие на факторите, като същевременно се дава приоритет на количествените пред качествените факторни показатели“. Реално в практиката на извършване на финансово-стопанския анализ трудно може да се установи кои показатели са първични (причина) и кои са вторични

(следствие). Тук дилемата е аналогична на конфликта „Кое е първо – яйцето или кокошката?“.

Същият извод важи и за метода на разликите (разликовия метод), който е частен случай на метода на верижните замествания при факторна зависимост от вида – резултативният показател е произведение от две или повече факторни променливи, т.е. мултипликативни факторни модели.

Друг основен метод на детерминиран факторен анализ е интегралният метод, който е разработен от група руски учени: А.Д. Шеремет, Г.Г. Дей и В.Н. Шаповалов (Шеремет и др., 1971). Той е разработен само за ограничен брой типове на факторните модели, а именно: $P = a \cdot b$; $P = a \cdot b \cdot c$; $P = a \cdot b \cdot c \cdot d$; $P = \frac{a}{b}$; $P = \frac{a}{b+c}$; $P = \frac{a}{b+c+d}$, където P е резултативният показател във факторния модел, а a, b, c и d са участващи факторни променливи във факторния модел.

За мултипликативните факторни модели интегралният метод дава точни резултати. За останалите факторни модели, за които в научната и учебната литература са изведени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния, т.е. от типа „резултативният показател е частно на един или повече участващи фактори“, а именно: $P = \frac{a}{b}$; $P = \frac{a}{b+c}$; $P = \frac{a}{b+c+d}$, точността е компрометирана от използването на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянията на факторните променливи. При тях влиянието на фактора a (фактора, намиращ се в числителя) се определя с помощта на функцията логаритъм натурален, което дава приближен резултат. Съответно влиянието на останалите фактори във факторните модели се получава на основата на вече неточно определена стойност на фактора a .

Ограниченото приложение на интегралния метод е породено и от неговата неуниверсалност, т.е. той е изведен само за горните видове факторни модели.

В практиката на финансово-стопанския анализ значителна част от анализираните финансови показатели са с факторни модели от вида кратни или модели, съдържащи кратен елемент, които не могат да бъдат изследвани с интегралния метод, понеже точността е компрометирана, или модели, за които няма изведени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния за тях. В такива случаи се използва методът на верижните замествания, който притежава коментирания по-горе недостатък, а именно нееднозначност на получените резултати при произволна промяна на реда на извършване на факторните замествания във факторните вериги.

От така направеното изложение в глава първа може да се обобщи, че всички методи на детерминирания факторен анализ се характеризират с различна универсалност на приложение по отношение на факторните модели, описващи връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи, а също така и с различна точност и еднозначност при определянето на индивидуалните факторни влияния. Това обуславя необходимостта от разработването на нов метод на детерминиран факторен анализ, който да се характеризира с пълна универсалност на приложение и да дава точни и еднозначни резултати при определянето на индивидуалните факторни влияния.

ГЛАВА ВТОРА

МЕТОДИКА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

II.1. СЪЩНОСТ И ДОПУСКАНЕ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

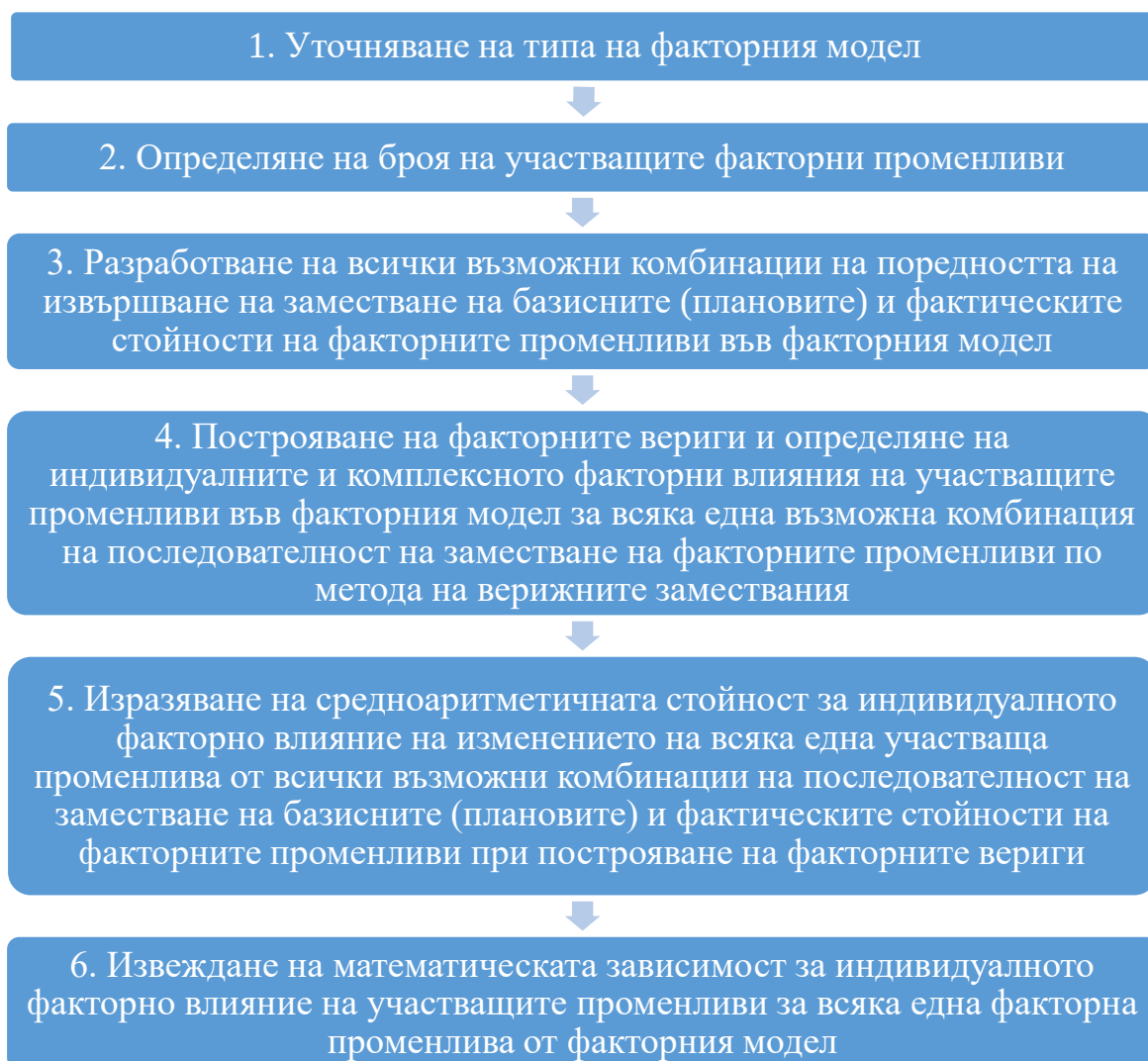
За разработването на нов метод за детерминиран факторен анализ, който да има универсално приложение и да може точно и еднозначно количествено да определи индивидуалните факторни влияния от измененията на факторните променливи върху изменението на резултативния показател за всички видове факторни модели е необходимо да са налични някои предварителни условия. Такова условие е например наличието на **дискретност за анализирания период**.

Допускането при разработването на усреднения метод на верижните замествания е следното: Анализираният период се разглежда дискретно, т.е. към два момента – T_0 (базов или планов период) и T_1 (отчетен период), а изменението на факторните променливи през анализирания период е едновременно, т.е. с еднаква скорост. Това допускане е аналогично както при интегралния метод и е по разумно от допускането при метода на верижните замествания, понеже входящите данни за финансово-стопанския анализ са към два момента – начало и край на анализирания период. През анализирания период участващите фактори във факторния модел се променят едновременно, а не

последователно (стъпаловидно), пропорционално или логаритмично пропорционално.

II.2. ЕТАПИ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

Методиката на усреднения метод на верижните замествания е разработена от автора и е представена в (Митев, 2020, 2021, 2022). Тя обхваща следните последователни етапи, представени на фиг. II.1.



Фиг. II.1. Етапи в методиката на усреднения метод на верижните замествания

На първия етап от методиката **„Уточняване на типа на факторния модел“** се конкретизира видът на аналитичната зависимост (факторния модел) между резултативния показател и участващите факторни променливи.

На втория етап **„Определяне на броя на участващите факторни променливи“** се определя броят на участващите факторни променливи в конкретния факторен модел (n).

На третия етап **„Разработване на всички възможни комбинации на поредността на извършване на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи във факторния модел“**, като броят на възможните комбинации (N) е равен на $n!$, където n е броят на участващите факторни променливи в изследвания факторен модел.

На четвъртия етап **„Построяване на факторните вериги и определяне на индивидуалните и комплексното факторни влияния на участващите променливи във факторния модел за всяка една възможна комбинация на последователност на заместване на факторните променливи по метода на верижните замествания“**. На този етап последователно се построяват факторните вериги по метода на верижните замествания и се извеждат аналитичните зависимости на влиянията на изменението на всяка една факторна променлива върху изменението на резултативния показател като разлика от двете съседни факторни вериги, при които е променена стойността на факторната променлива. От факторната верига с фактическата стойност на факторната променлива (от период 1) се вади предходната факторна верига, при която факторната променлива участва с нейната базова (планова) стойност, т.е. от период 0. Това се извършва за всяка една комбинация на последователността на изменение на факторните промени.

На пети етап **„Изразяване на средноаритметичната стойност за индивидуалното факторно влияние на изменението на всяка една участваща променлива от всички възможни комбинации на последователност на заместване на старите с нови стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги“**. Тук се извеждат аналитичните зависимости на всяка една факторна променлива като средноаритметична величина, т.е. $\frac{1}{n!}$, от сумата на всички аналитични зависимости на влиянието на факторната величина върху изменението на резултативния показател при всяка една възможна комбинация на реда на заместване на факторните променливи, изведени от етап четири.

На шести етап **„Извеждане на математическата зависимост за индивидуалното факторно влияние на участващите променливи за всяка една факторна променлива от факторния модел“**. По така определените на етап пети математически зависимости за индивидуалните факторни влияния след математически преобразувания и съкращения се извеждат опростени аналитични зависимости за определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател.

Същността на методиката на усреднения метод на верижните замествания се основава на усредняване на получените математически изрази за индивидуалното факторно влияние по метода на верижните замествания при всяка една възможна комбинации на реда на заместване на факторните променливи. Полученият математически израз се подлага на математически преобразувания и съкращения и се извеждат опростени аналитични зависимости за индивидуалното факторно влияние върху изменението на резултативния показател. Процедурата се повтаря за всяка една факторна променлива, участваща във факторния модел.

Усредняването на получените математически изрази за индивидуалните факторни влияния по метода на верижните замествания при всички възможни комбинации на реда на заместване на факторните променливи във факторния модел означава, че **вероятността от поява на всяка една възможна поредност на заместване на факторните променливи е еднаква**, т.е. една и съща. Тук получаваме резултат, който допуска еднаква вероятност на настъпване на всяка една възможна комбинация на поредността на извършване на факторните замествания във факторните вериги. Отпада необходимостта от ранжиране на участващите фактори във факторния модел. Следователно можем да твърдим, че получените аналитични зависимости за индивидуалните факторни влияния са изведени при едновременното изменение на факторните променливи през анализирания период, т.е. факторните променливи в интервала на тяхното изменение (между базов или планов и отчетен период) се променят с постоянна скорост.

По този начин определяме еднозначно количественото влияние на всяка една факторна променлива върху абсолютното изменение на резултативния показател.

Чрез усреднения метод на верижните замествания се решава проблемът с разпределението на т.нар. „неразложим остатък“, а именно: той участва и се разпределя поравно (средноаритметично) между влиянията на факторните променливи при мултипликативните и кратните факторни модели. При смесените факторни модели с адитивна или разликова част в тях разпределението на „неразложимият остатък“ отчита изменението на факторите с адитивен или разликов характер в детерминирания факторен модел.

При решаването на практически пример с примерни или реални данни е задължително да се направи проверка дали сумата на индивидуалните факторни влияния, т.е. комплексното влияние, е равна

на изменението на резултативния показател. Това е необходимо за проверка на точността на извършените изчислителни операции.

II.3. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ВТОРА

Усредненият метод на верижните замествания допуска (предполага) наличието на една и съща вероятност на настъпване на всяка една възможна комбинация на поредността на извършване на факторните замествания във факторните вериги, построени по метода на верижните замествания.

Първото предимство на предложения усреднен метод на верижните замествания е, че отпада необходимостта от ранжиране на участващите фактори във факторния модел. Изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния водят до точно и еднозначно количествено определяне на факторните влияния на участващите фактори върху изменението на резултативния показател. Второто предимство на усреднения метод на верижните замествания е, че притежава универсалността на приложение на метода на верижните замествания, т.е. приложим е за всички възможни видове факторни модели.

Горните две предимства на предложения усреднен метод на верижните замествания го правят уникален. Това твърдение се дължи на факта, че така предложения усреднен метод на верижните замествания притежава едновременно две съществени и много важни характеристики, а именно: точност и универсално приложение. Предложеният метод елиминира несъвършенството на метода на верижните замествания, а именно: нееднозначност на индивидуалните факторни влияния при промяна на реда на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги.

ГЛАВА ТРЕТА

АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

III.1. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН МУЛТИПЛИКАТИВЕН МОДЕЛ

За да се демонстрира практическата приложимост на предложения усреднен метод на верижните замествания са реализирани някои практически числови тествания. При апробацията на предложения усреднен метод на верижните замествания е използван двуфакторен мултипликативен модел от типа: $P = a * b$. Използвайки описаните етапи за реализиране на предложения усреднен метод на верижните замествания, показани на фиг. II.1, се получават следните резултати:

1. Уточняване на типа на факторния модел

Анализираният факторен модел е двуфакторен мултипликативен.

2. Определяне на броя на участващите факторни променливи

Броят на участващите променливи е две ($n = 2$).

3. Разработване на всички възможни комбинации на поредността на извършване на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи във факторния модел

Броят на възможните комбинации на поредност на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги по метода на верижните замествания е две ($N = n! = 2 \cdot 1 = 2$), а именно: поредност на заместване $a - b$ и поредност на заместване $b - a$.

4. Построяване на факторните вериги и определяне на индивидуалните и комплексното факторни влияния на участващите променливи във факторния модел за всяка една възможна комбинация на последователност на заместване на факторните променливи по метода на верижните замествания

- Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи $a - b$ във факторните вериги, т.е. първо a после b . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = a_0 * b_0 \quad (\text{III.1})$$

$$P' = a_1 * b_0 \quad (\text{III.2})$$

$$P_1 = a_1 * b_1 \quad (\text{III.3})$$

- Определяне на влиянието на фактора a при заместване от типа $a - b$ по изрази:

$$\Delta P_{(a)}^{a-b} = P' - P_0 = a_1 * b_0 - a_0 * b_0 = \Delta a * b_0 \quad (\text{III.4})$$

- Определяне на влиянието на фактора b при заместване от типа $a - b$ по израз:

$$\Delta P_{(b)}^{a-b} = P_1 - P' = a_1 * b_1 - a_1 * b_0 = \Delta b * a_1 \quad (\text{III.5})$$

- Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи $b - a$ във факторните вериги, т.е. първо b , после a . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = a_0 * b_0 \quad (\text{III.6})$$

$$P' = a_0 * b_1 \quad (\text{III.7})$$

$$P_1 = a_1 * b_1 \quad (\text{III.8}),$$

- Определяне на влиянието на фактора a при заместване от типа $b - a$ по изрази:

$$\Delta P_{(a)}^{b-a} = P_1 - P' = a_1 * b_1 - a_0 * b_1 = \Delta a * b_1 \quad (\text{III.9})$$

- Определяне на влиянието на фактора b при заместване от типа $b - a$ по изрази:

$$\Delta P_{(b)}^{b-a} = P' - P_0 = a_0 * b_1 - a_0 * b_0 = \Delta b * a_0 \quad (\text{III.10})$$

5. и 6. Изразяване на средноаритметичната стойност за индивидуалното факторно влияние на изменението на всяка една участваща променлива от всички възможни комбинации на последователност на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги и Извеждане на математическата зависимост на индивидуалното факторно влияние на участващите променливи за всяка една факторна променлива от факторния модел

- Определяне на усредненото влияние на фактора a по изрази:

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{(a)} &= \frac{1}{2} (P_{(a)}^{a-b} + P_{(a)}^{b-a}) = \\
 &= \frac{1}{2} (a_1 * b_0 - a_0 * b_0 + a_1 * b_1 - a_0 * b_1) = \\
 &= \frac{1}{2} (\Delta a * b_0 + \Delta a * b_1) = \frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1)
 \end{aligned} \tag{III.11}$$

Определяне на усредненото влияние на фактора b по изрази:

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{(b)} &= \frac{1}{2} (P_{(b)}^{a-b} + P_{(b)}^{b-a}) = \\
 &= \frac{1}{2} (a_1 * b_1 - a_1 * b_0 + a_0 * b_1 - a_0 * b_0) = \\
 &= \frac{1}{2} (\Delta b * a_1 + \Delta b * a_0) = \frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1)
 \end{aligned} \tag{III.12}$$

Така за факторните влияния получаваме следните изрази:

- за фактора a :

$$\Delta P_{(a)} = \Delta a \frac{(b_0 + b_1)}{2}; \tag{III.13}$$

- за фактора b :

$$\Delta P_{(b)} = \Delta b \frac{(a_0 + a_1)}{2}. \tag{III.14}$$

III.2. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН КРАТЕН МОДЕЛ

Практическата приложимост на предложения усреднен метод на верижните замествания е тестван числово при двуфакторен кратен модел. При апробацията на усреднения метод на верижните замествания е използван двуфакторен кратен модел от типа: $P = \frac{a}{b}$. Използвайки описаните етапи за реализиране на предложения усреднен метод на верижните замествания, показани на Фиг. II.1, се получават следните резултати:

1. Уточняване на типа на факторния модел

Анализираният факторен модел е двуфакторен кратен.

2. Определяне на броя на участващите факторни променливи

Броят на участващите променливи е две ($n = 2$).

3. Разработване на всички възможни комбинации на поредността на извършване на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи във факторния модел

Броят на възможните комбинации на поредност на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги по метода на верижните замествания е две ($N = n! = 2.1 = 2$), а именно: поредност на заместване $a - b$ и поредност на заместване $b - a$.

4. Построяване на факторните вериги и определяне на индивидуалните и комплексното факторни влияния на участващите променливи във факторния модел за всяка една възможна

комбинация на последователност на заместване на факторните променливи по метода на верижните замествания

• Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи $a - b$ във факторните вериги, т.е. първо a , после b . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = \frac{a_0}{b_0} \quad (\text{III.15})$$

$$P' = \frac{a_1}{b_0} \quad (\text{III.16})$$

$$P_1 = \frac{a_1}{b_1} \quad (\text{III.17})$$

• Определяне на влиянието на фактора a при заместване от типа $a - b$ по изрази:

$$\Delta P_{(a)}^{a-b} = P' - P_0 = \frac{a_1}{b_0} - \frac{a_0}{b_0} \quad (\text{III.18})$$

• Определяне на влиянието на фактора b при заместване от типа $a - b$ по изрази:

$$\Delta P_{(b)}^{a-b} = P_1 - P' = \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_1}{b_0} \quad (\text{III.19})$$

• Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи $b - a$ във факторните вериги, т.е. първо b , после a . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = \frac{a_0}{b_0} \quad (\text{III.20})$$

$$P' = \frac{a_0}{b_1} \quad (\text{III.21})$$

$$P_1 = \frac{a_1}{b_1} \quad (\text{III.22})$$

- Определяне на влиянието на фактора a при заместване от типа $b - a$ по изрази:

$$\Delta P_{(a)}^{b-a} = P_1 - P' = \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_0}{b_1} \quad (\text{III.23})$$

- Определяне на влиянието на фактора b при заместване от типа $b - a$ по изрази:

$$\Delta P_{(b)}^{b-a} = P' - P_0 = \frac{a_0}{b_1} - \frac{a_0}{b_0} \quad (\text{III.24})$$

5. и 6. Изразяване на средноаритметичната стойност за индивидуалното факторно влияние на изменението на всяка една участваща променлива от всички възможни комбинации на последователност на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги и Извеждане на математическата зависимост на индивидуалното факторно влияние на участващите променливи за всяка една факторна променлива от факторния модел

- Определяне на усредненото влияние на фактора a по изрази:

$$\begin{aligned} \Delta P_{(a)} &= \frac{1}{2} (P_{(a)}^{a-b} + P_{(a)}^{b-a}) = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{b_0} - \frac{a_0}{b_0} + \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_0}{b_1} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 - a_0}{b_0} + \frac{a_1 - a_0}{b_1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta a}{b_0} + \frac{\Delta a}{b_1} \right) = \frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

- Определяне на усредненото влияние на фактора b по изрази:

$$\begin{aligned} \Delta P_{(b)} &= \frac{1}{2} (P_{(b)}^{a-b} + P_{(b)}^{b-a}) = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{b_1} - \frac{a_1}{b_0} + \frac{a_0}{b_1} - \frac{a_0}{b_0} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{a_0 + a_1}{b_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0} \right) = \frac{a_0 + a_1}{2} \left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Така за факторните влияния получаваме следните изрази:

- за фактора a :

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right); \quad (\text{III.27})$$

- за фактора b :

$$\Delta P_{(b)} = \frac{a_0 + a_1}{2} \left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0} \right). \quad (\text{III.28})$$

По аналогичен начин се извеждат математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите променливи по методиката на усреднения метод на верижните замествания при останалите видове мултипликативни, кратни, адитивно или разликово-кратни, мултипликативно-кратни и адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

III.3. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА ФАКТОРНИТЕ МОДЕЛИ И ПОЛУЧЕНИТЕ МАТЕМАТИЧЕСКИ ИЗРАЗИ ЗА ФАКТОРНИТЕ ВЛИЯНИЯ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

С цел по-бързо и лесно приложение на предложения усреднен метод на верижните замествания е целесъобразно да се представят съответните математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния.

На табл. №№ от III.1 до III.9 е представена в табличен вид извършената систематизация на факторните модели и изведените

математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания. Систематизацията е извършена по видовете факторни модели, а именно: мултипликативни; кратни; адитивни или разликово-мултипликативни факторни модели; мултипликативно-кратни; адитивни или разликово-кратни факторни модели; адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели.

Апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания с придаване на количествени стойности на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи е извършена в MS Excel среда. Апробацията на методиката е представена в Електронно приложение 1: „Factor_Analysis.xls: Апробация на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния“. При апробацията са използвани множество комбинации на входящите стойности на факторните променливи за потвърждаване на точността на получените резултати на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на представените по-горе факторни модели.

Проверката за точността на изведените математически изрази за индивидуалните факторни влияния е извършена чрез сравняване на получените стойности по тях със средноаритметичните стойности на съответните факторни влияния, получени по всички възможни комбинации на поредността на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги.

Таблица № III.1

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

ВЛИЯНИЯ

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Мультипликативни факторни модели</i>				
$P = a * b$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	–	–
$P = a * b * c$	$\frac{\Delta a}{3}\left(b_0 \cdot c_0 + b_1 \cdot c_1 + \frac{b_1 \cdot c_0 + b_0 \cdot c_1}{2}\right)$	$\frac{\Delta b}{3}\left(a_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot c_1 + \frac{a_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot c_1}{2}\right)$	$\frac{\Delta c}{3}\left(a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1 + \frac{a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{2}\right)$	–
$P = a * b * c * d$	$\frac{\Delta a}{4}(b_0 c_0 d_0 + b_1 c_1 d_1) +$ $\frac{\Delta a}{12}\left(\frac{b_1 c_0 d_0 + b_0 c_1 d_0 +}{b_0 c_0 d_1 + b_1 c_1 d_0 +}$ $\frac{b_1 c_0 d_1 + b_0 c_1 d_1}{b_1 c_0 d_1 + b_0 c_1 d_1}\right)$	$\frac{\Delta b}{4}(a_0 c_0 d_0 + a_1 c_1 d_1) +$ $\frac{\Delta b}{12}\left(\frac{a_1 c_0 d_0 + a_0 c_1 d_0 +}{a_0 c_0 d_1 + a_1 c_1 d_0 +}$ $\frac{a_1 c_0 d_1 + a_0 c_1 d_1}{a_1 c_0 d_1 + a_0 c_1 d_1}\right)$	$\frac{\Delta c}{4}(a_0 b_0 d_0 + a_1 b_1 d_1) +$ $\frac{\Delta c}{12}\left(\frac{a_1 b_0 d_0 + a_0 b_1 d_0 +}{a_0 b_0 d_1 + a_1 b_1 d_0 +}$ $\frac{a_1 b_0 d_1 + a_0 b_1 d_1}{a_1 b_0 d_1 + a_0 b_1 d_1}\right)$	$\frac{\Delta d}{4}(a_0 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_1) +$ $\frac{\Delta d}{12}\left(\frac{a_1 b_0 c_0 + a_0 b_1 c_0 +}{a_0 b_0 c_1 + a_1 b_1 c_0 +}$ $\frac{a_1 b_0 c_1 + a_0 b_1 c_1}{a_1 b_0 c_1 + a_0 b_1 c_1}\right)$
<i>Кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2}\left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1}\right)$	$\frac{a_1 + a_0}{2}\left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0}\right)$	–	–
$P = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a * d}{b * c}$ ($b \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6}\left(\frac{2c_0 + c_1}{b_0} + \frac{2c_1 + c_0}{b_1}\right)$	$\frac{2(a_1 c_1 + a_0 c_0) + a_1 c_0 + a_0 c_1}{6}\left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0}\right)$	$\frac{\Delta c}{6}\left(\frac{2a_0 + a_1}{b_0} + \frac{2a_1 + a_0}{b_1}\right)$	–
$P = \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b * c}$ ($b \neq 0; c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6}\left(\frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1}\right)$	$\frac{1}{6}\left(\frac{\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{2a_0 + a_1}{b_1 c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 c_1}}\right)$	$\frac{1}{6}\left(\frac{\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0}}\right)$	–
$P = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a * d}{b * c}$ ($b \neq 0; c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12}\left(\frac{3d_0 + d_1}{b_0 c_0} + \frac{3d_1 + d_0}{b_1 c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_0 c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_1 c_0}\right)$	$\frac{1}{12}\left(\frac{\frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1}}\right)$	$\frac{1}{12}\left(\frac{\frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0}}\right)$	$\frac{\Delta d}{12}\left(\frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0}\right)$

Таблица № III.2

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

ВЛИЯНИЯ

Факторни модели	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-мултипликативни факторни модели</i>				
$P = a(b + c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	–
$P = a(b - c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{-\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	
$P = a(b + c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{-\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{-\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b + c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{-\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{-\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$

Таблица № III.3

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

ВЛИЯНИЯ

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Мультипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b * c}$ ($b \neq 0; c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{2a_0 + a_1}{b_1 c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 c_1}} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{\frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0}}{+ \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0}} \right)$	-
$P = \frac{a * b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2b_0 + b_1}{c_0} + \frac{2b_1 + b_0}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2a_0 + a_1}{c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{c_1} \right)$	$\frac{2(a_1 b_1 + a_0 b_0) + a_1 b_0 + a_0 b_1}{6} \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{b * c * d}$ ($b \neq 0; c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{\frac{3}{b_0 c_0 d_0} + \frac{3}{b_1 c_1 d_1}}{+ \frac{1}{b_1 c_0 d_0} + \frac{1}{b_1 c_1 d_0}} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_1 + a_0}{b_0 c_1 d_1}}{+ \frac{3a_0 + a_1}{b_1 c_0 d_0} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0}} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0}}{+ \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_1 d_0} - \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_0 d_1}} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0}}{+ \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_1} - \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_0}} \right)$
$P = \frac{a * b * c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{\frac{3b_0 c_0 + b_1 c_0 + b_0 c_1 + b_1 c_1}{d_0}}{\frac{3b_1 c_1 + b_1 c_0 + b_0 c_1 + b_0 c_0}{d_1}} + \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{\frac{3a_0 c_0 + a_1 c_0 + a_0 c_1 + a_1 c_1}{d_0}}{\frac{3a_1 c_1 + a_1 c_0 + a_0 c_1 + a_0 c_0}{d_1}} + \right)$	$\frac{\Delta c}{12} \left(\frac{\frac{3a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + a_1 b_1}{d_0}}{\frac{3a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + a_0 b_0}{d_1}} + \right)$	$\frac{3(a_0 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_1) + a_1 b_1 c_0 + a_1 b_0 c_1 + a_1 b_0 c_0 + a_0 b_1 c_1 + a_0 b_1 c_0 + a_0 b_0 c_1}{12} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a * b}{c * d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{\frac{3b_0 + b_1}{c_0 d_0} + \frac{3b_1 + b_0}{c_1 d_1}}{+ \frac{b_0 + b_1}{c_0 d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 d_0}} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{\frac{3a_0 + a_1}{c_0 d_0} + \frac{3a_1 + a_0}{c_1 d_1}}{+ \frac{a_0 + a_1}{c_0 d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 d_0}} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0}}{+ \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0} - \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1}} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{\frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0}}{+ \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1} - \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0}} \right)$

Таблица № III.4

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

ВЛИЯНИЯ

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Аддитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b+c}$ ($b+c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0+c_0} + \frac{2}{b_1+c_1} + \frac{1}{b_1+c_0} + \frac{1}{b_0+c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1+c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0+c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	–
$P = \frac{a}{b-c}$ ($b-c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{b_0-c_0} + \frac{2}{b_1-c_1} + \frac{1}{b_1-c_0} + \frac{1}{b_0-c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1-c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0-c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	–
$P = \frac{a+b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{a_0+a_1+b_0+b_1}{2} \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	–
$P = \frac{a-b}{c}$ ($c \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_1} + \frac{b_1+b_0-a_1-a_0}{c_0} \right)$	–
$P = \frac{a+b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_1+d_0} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_0+d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_0} \right]$

Таблица № III.5

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

ВЛИЯНИЯ

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Аддитивно или разlikово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a-b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_0} \right]$
$P = \frac{a+b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1} + \frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1-d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1-d_0} \right]$
$P = \frac{a-b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_0} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_0} \right]$
$P = \frac{a}{b+c+d}$ ($b+c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_1} + \frac{1}{b_1+c_0+d_0} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{1}{b_0+c_1+d_1} + \frac{1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{1}{b_1+c_0+d_1} + \frac{1}{b_1+c_1+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_1+d_1} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_1+c_1+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_0+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} - \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_1+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_1+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} \right)$

Таблица № III.6

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни
ВЛИЯНИЯ**

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b - c - d}$ $(b - c - d \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} \\ + \frac{1}{b_1 - c_0 - d_0} + \frac{1}{b_1 - c_1 - d_0} \\ + \frac{1}{b_0 - c_1 - d_1} + \frac{1}{b_0 - c_1 - d_0} \\ + \frac{1}{b_0 - c_0 - d_1} + \frac{1}{b_1 - c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_0 - c_1 - d_1} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_0} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_0} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 - d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_0} \end{array} \right)$
$P = \frac{a}{b - c + d}$ $(b - c + d \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} \\ + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_0} + \frac{1}{b_1 - c_1 + d_0} \\ + \frac{1}{b_0 - c_1 + d_1} + \frac{1}{b_0 - c_1 + d_0} \\ + \frac{1}{b_0 - c_0 + d_1} + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_0 - c_1 + d_1} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_0} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_0} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_0 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_1 + d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_0} \end{array} \right)$
$P = \frac{a}{b + c - d}$ $(b + c - d \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} \\ + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_0} + \frac{1}{b_1 + c_1 - d_0} \\ + \frac{1}{b_0 + c_1 - d_1} + \frac{1}{b_0 + c_1 - d_0} \\ + \frac{1}{b_0 + c_0 - d_1} + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_0 + c_1 - d_1} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_0} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_0} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 + c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_1 - d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_1} \end{array} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\begin{array}{l} \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \\ + \frac{3.a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_1} - \frac{3.a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_0} \\ + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_0} \end{array} \right)$

Таблица № III.7

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни
ВЛИЯНИЯ**

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a + b + c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 + c_0 + c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a - b - c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 - c_0 - c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a + b - c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 - c_0 - c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a - b + c}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 + c_0 + c_1}{2} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$

Таблица № III.8

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a+b}{c*d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_0 \cdot d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_1 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_0 \cdot d_1} \right]$
$P = \frac{a-b}{c*d}$ ($c \neq 0; d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{-\Delta b}{6} \left(\frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_1 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_0 \cdot d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[\frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_1} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_0} \right]$
$P = \frac{a*b}{c+d}$ ($c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_0} \right)$
$P = \frac{a*b}{c-d}$ ($c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left(\frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_0} \right)$

Таблица № III.9

Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора a , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора b , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора c , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a(b+c)}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left[\frac{2(b_0+c_0)+b_1+c_1}{d_0} + \frac{2(b_1+c_1)+b_0+c_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[\frac{2a_0+a_1}{d_0} + \frac{2a_1+a_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta c}{6} \left[\frac{2a_0+a_1}{d_0} + \frac{2a_1+a_0}{d_1} \right]$	$\frac{[(2a_0+a_1)(b_0+c_0)] + [(2a_1+a_0)(b_1+c_1)]}{6} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a(b-c)}{d}$ ($d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{6} \left[\frac{2(b_0-c_0)+b_1-c_1}{d_0} + \frac{2(b_1-c_1)+b_0-c_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[\frac{2a_0+a_1}{d_0} + \frac{2a_1+a_0}{d_1} \right]$	$\frac{-\Delta c}{6} \left[\frac{2a_0+a_1}{d_0} + \frac{2a_1+a_0}{d_1} \right]$	$\frac{[(2a_0+a_1)(b_0-c_0)] + [(2a_1+a_0)(b_1-c_1)]}{6} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b(c+d)}$ ($b \neq 0$; $c+d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left[\frac{\frac{3}{b_0(c_0+d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1+d_1)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0+d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1+d_0)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0+d_1)} + \frac{3}{b_0(c_1+d_1)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_0(c_1+d_0)} + \frac{3}{b_0(c_0+d_1)}}{1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_1+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0+d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0+d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_1+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0+d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_0)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_1)}}{a_0+a_1} \right]$
$P = \frac{a}{b(c-d)}$ ($b \neq 0$; $c-d \neq 0$)	$\frac{\Delta a}{12} \left[\frac{\frac{3}{b_0(c_0-d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1-d_1)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0-d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1-d_0)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0-d_1)} + \frac{3}{b_0(c_1-d_1)}}{1} + \frac{\frac{3}{b_0(c_1-d_0)} + \frac{3}{b_0(c_0-d_1)}}{1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_1-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0-d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0-d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_1-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0-d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[\frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_0)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_1)}}{a_0+a_1} \right]$

От табл. №№ от III.1 до III.9 се вижда, че за факторните модели, съдържащи повече от две факторни променливи, изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания са значително по-сложни, т.е. с нарастването на броя на факторните променливи се усложняват и изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния. Този недостатък на метода лесно се преодолява чрез използване на предварително разработени шаблони в електронни таблици или в MS Excel среда.

ГЛАВА ЧЕТВЪРТА

АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С ИНТЕГРАЛНИЯ МЕТОД

За да се установи точността на предложения усреднен метод на верижните замествания, е необходимо да се направят допълнителни изследвания. Това включва числено тестване и сравнение на получените резултати, използвайки други аналогични/подобни методи. Апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания се извършва чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по интегралния метод за разработените в научната и учебната литература факторни модели при конкретни и еднакви входящи данни.

IV.1. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

IV.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.1.

Таблица № IV.1

**Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ
за двуфакторен мултипликативен модел**

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	4	6	2
b	8	7	-1
$P = a \cdot b$	32	42	10

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1) = \frac{2}{2} (8 + 7) = \frac{2}{2} (8 + 7) = 15$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1) = \frac{2}{2} (8 + 7) = \frac{-1}{2} (4 + 6) = -5$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 15 + (-5) = 10$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \Delta a \cdot b_0 + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = 2 \cdot 8 + \frac{2 \cdot (-1)}{2} = 16 - 1 = 15$$

$$\Delta P_{(b)} = \Delta b \cdot a_0 + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = -1 \cdot 4 + \frac{2 \cdot (-1)}{2} = -4 - 1 = -5$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 15 + (-5) = 10$$

И по двата метода получаваме идентични резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори във факторния модел.

IV.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.2.

Таблица № IV.2

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за трифакторен мултипликативен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
<i>a</i>	5	6	1
<i>b</i>	8	9	1
<i>c</i>	10	8	-2
$P = a \cdot b \cdot c$	400	432	32

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{3} \left(b_0 \cdot c_0 + b_1 \cdot c_1 + \frac{b_1 \cdot c_0 + b_0 \cdot c_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(8 \cdot 10 + 9 \cdot 8 + \frac{9 \cdot 10 + 8 \cdot 8}{2} \right) = 76,33$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{3} \left(a_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot c_1 + \frac{a_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot c_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(5 \cdot 10 + 6 \cdot 8 + \frac{6 \cdot 10 + 5 \cdot 8}{2} \right) = 49,33$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta c}{3} \left(a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1 + \frac{a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{-2}{3} \left(5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + \frac{6 \cdot 8 + 5 \cdot 9}{2} \right) = -93,67$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} =$$

$$= 76,33 + 49,33 + (-93,67) = 32,00$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{1}{2} \Delta a (b_0 c_1 + b_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c =$$

$$= \frac{1}{2} 1 (8 \cdot 8 + 9 \cdot 10) + \frac{1}{3} 1 \cdot 1 \cdot (-2) = 76,33$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{2} \Delta b (a_0 c_1 + a_1 c_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c =$$

$$= \frac{1}{2} 1 (5 \cdot 8 + 6 \cdot 10) + \frac{1}{3} 1 \cdot 1 \cdot (-2) = 49,33$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{1}{2} \Delta c (a_0 b_1 + a_1 b_0) + \frac{1}{3} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c =$$

$$= \frac{1}{2} (-2) (5 \cdot 9 + 6 \cdot 8) + \frac{1}{3} 1 \cdot 1 \cdot (-2) = 93,67$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} =$$

$$= 76,33 + 49,33 + (-93,67) = 32,00$$

И по двата метода получаваме идентични резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори във факторния модел.

IV.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c \cdot d$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.3.

Таблица № IV.3

**Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ
за четирифакторен мултипликативен модел**

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
<i>a</i>	5	6	1
<i>b</i>	7	5	-2
<i>c</i>	9	8	-1
<i>d</i>	7	9	2
$P = a \cdot b \cdot c \cdot d$	2205	2160	-45

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{4} (b_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta a}{12} (b_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{1}{4} (7 \cdot 9 \cdot 7 + 5 \cdot 8 \cdot 9) + \frac{1}{12} (5 \cdot 9 \cdot 7 + 7 \cdot 8 \cdot 7 + 7 \cdot 9 \cdot 9 + 5 \cdot 8 \cdot 7 + 5 \cdot 9 \cdot 9 + 7 \cdot 8 \cdot 9) = 405,5$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{4} (a_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta b}{12} (a_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{-2}{4} (5 \cdot 9 \cdot 7 + 6 \cdot 8 \cdot 9) + \frac{-2}{12} (6 \cdot 9 \cdot 7 + 5 \cdot 8 \cdot 7 + 5 \cdot 9 \cdot 9 + 6 \cdot 8 \cdot 7 + 6 \cdot 9 \cdot 9 + 5 \cdot 8 \cdot 9) = -747,67$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta c}{4} (a_0 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta c}{12} (a_1 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{-1}{4} (5 \cdot 7 \cdot 7 + 6 \cdot 5 \cdot 9) + \frac{-1}{12} (6 \cdot 7 \cdot 7 + 5 \cdot 5 \cdot 7 + 5 \cdot 7 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 7 + 6 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 5 \cdot 9) = -261,83$$

$$\Delta P_{(d)} = \frac{\Delta d}{4} (a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_1) + \frac{\Delta d}{12} (a_1 \cdot b_0 \cdot c_0 + a_0 \cdot b_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_0 + a_1 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot c_1) =$$

$$= \frac{2}{4} (5 \cdot 7 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 8) + \frac{2}{12} (6 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 5 \cdot 9 + 5 \cdot 7 \cdot 8 + 6 \cdot 5 \cdot 9 + 6 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 5 \cdot 8) = 559,00$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = 405,5 + (-747,67) + (-261,83) + 559 = -45,00$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{1}{6} \Delta a \{3d_0 b_0 c_0 + b_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + d_1 c_0 (b_1 + \Delta b) + c_1 b_0 (d_1 + \Delta d)\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d =$$

$$= \frac{1}{6} 1 \{3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 7 (8 - 1) + 9 \cdot 9 (5 - 2) + 8 \cdot 7 (9 + 2)\} + \frac{1}{4} 1 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2 = 405,5$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{6} \Delta b \{3d_0 a_0 c_0 + a_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + d_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + c_1 a_0 (d_1 + \Delta d)\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d =$$

$$= \frac{1}{6} (-2) \{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 + 6 \cdot 7 (8 - 1) + 9 \cdot 9 (6 + 1) + 8 \cdot 5 (9 + 2)\} + \frac{1}{4} 1 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2 = -747,67$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{1}{6} \Delta c \{3d_0 a_0 b_0 + d_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + b_1 d_0 (a_1 + \Delta a) + a_1 b_0 (d_1 + \Delta d)\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d =$$

$$= \frac{1}{6} (-1) \{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 + 9 \cdot 5 (5 - 2) + 5 \cdot 7 (6 + 1) + 6 \cdot 7 (9 + 2)\} + \frac{1}{4} 1 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2 = -261,83$$

$$\Delta P_{(d)} = \frac{1}{6} \Delta d \{3c_0 a_0 b_0 + c_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + b_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + a_1 b_0 (c_1 + \Delta c)\} + \frac{1}{4} \Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c \cdot \Delta d =$$

$$= \frac{1}{6} 2 \{3 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7 + 8 \cdot 5 (5 - 2) + 5 \cdot 9 (6 + 1) + 6 \cdot 7 (8 - 1)\} + \frac{1}{4} 1 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2 = 559$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = 405,5 + (-747,67) + (-261,83) + 559 =$$

$$= 45,00$$

Отново и по двата метода получаваме идентични резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори.

Заключение: Апробацията на резултатите от ДФА по интегралния метод и по усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда при различни стойности на входящите променливи показва, че при мултипликативните факторни модели и двата метода дават идентични и точни резултати, въпреки че индивидуалните факторни влияния се изчисляват по различни математически изрази. Това е нормално, понеже и двата метода допускат средноаритметично разпределение на

„неразложимия остатък“ между факторните влияния на участващите факторни променливи във факторния модел.

IV.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

IV.2.1. При двуфакторен кратен модел ($P = \frac{a}{b}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.4.

Таблица № IV.4

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за двуфакторен кратен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	$\Delta x = x_1 - x_0$
a	-5	11	16
b	5	10	5
$P = \frac{a}{b}$	-1	1,1	2,1

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right) = \frac{16}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) = 2,4$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 + a_0}{b_1} - \frac{a_1 + a_0}{b_0} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{11 - 5}{10} - \frac{11 - 5}{5} \right) = -0,3$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 2,4 + (-0,3) = 2,1$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{\Delta b} \ln \left| \frac{b_1}{b_0} \right| = \frac{16}{5} \ln \left| \frac{10}{5} \right| = 3,2 \cdot \ln(2) = 3,2 \cdot 0,6931 =$$

$$= 2,2181$$

$$\Delta P_{(b)} = \Delta P - \Delta P_{(a)} = 2,1 - (2,2181) = -0,1181$$

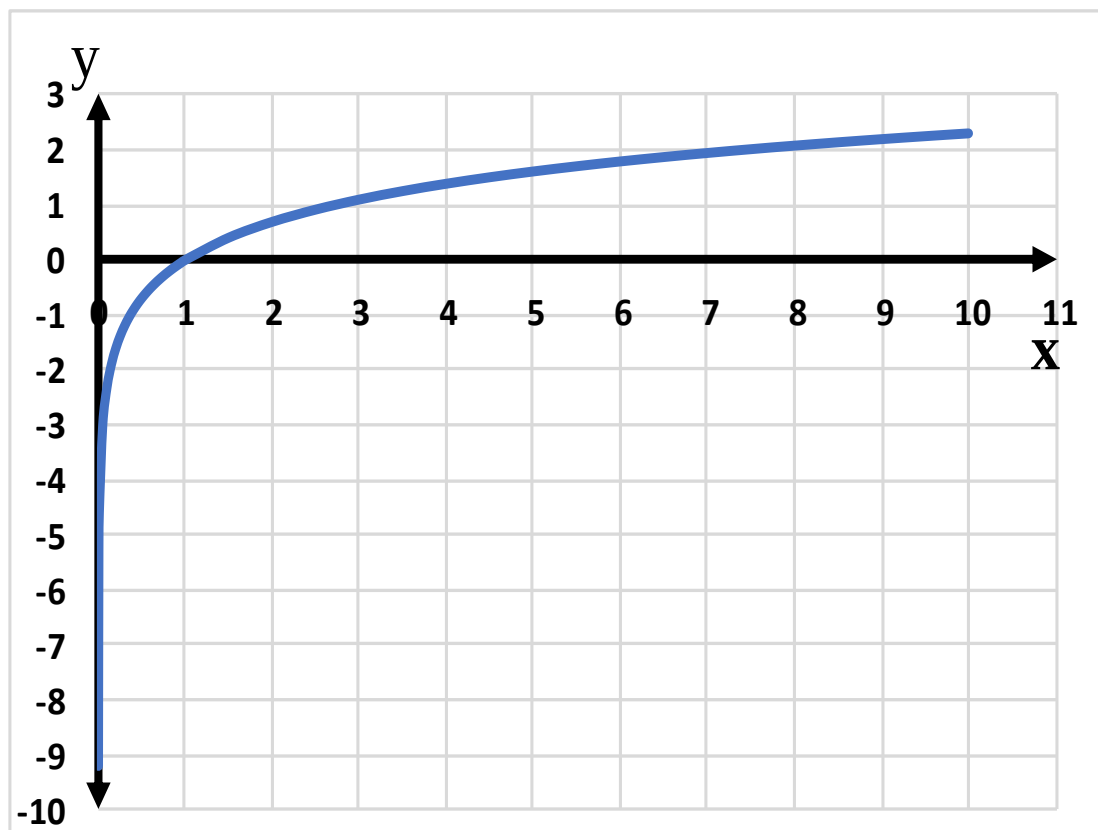
$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 2,2181 + (-0,1181) = 2,1$$

Оттук се вижда, че резултатите и по двата метода значително се различават. Интегралният метод определя точно посоките на влиянията на двата фактора.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора a по интегралния метод е равна на $S_{\Delta P_{(a)}} = 2,2181 - 2,4 = -0,1819$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{(2,2181-2,4)}{2,4} \cdot 100 = -7,58\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора b по интегралния метод е равна на $S_{\Delta P_{(b)}} = (-0,1181) - (-0,3) = 0,1819$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{(-0,1181)-(-0,3)}{-0,3} \cdot 100 = -60,63\%$.

На фиг. IV.1. е представено изменението на функцията натурален логаритъм.



Фиг. IV.1. Изменение на функцията натурален логаритъм ($y=\ln(X)$)

Използването на функцията натурален логаритъм компрометира точността на получените резултати по интегралния метод при определяне на влиянието на фактора a (фактора в числителя на факторния модел).

Когато $\left| \frac{b_1}{b_0} \right| = 1$, тогава $\ln \left| \frac{b_1}{b_0} \right| = 0$, което нулира влиянието на фактора a . Също така, когато $\left| \frac{b_1}{b_0} \right| = 0$, тогава $\ln \left| \frac{b_1}{b_0} \right| \rightarrow -\infty$, което компрометира количественото определяне на влиянието на фактора a , т.е., когато факторите $b_0 = 0$ или $b_1 = 0$, тогава влиянието на фактора a не може да бъде количествено определено. И съответно влиянето на фактора b не може да бъде определено.

Когато $0 < \left| \frac{b_1}{b_0} \right| < 1$, тогава $-\infty < \ln \left| \frac{b_1}{b_0} \right| < 0$ и абсолютните и относителните грешки на определените факторни влияния по интегралния метод и на двата фактора значително нарастват.

Следователно индивидуалните факторни влияния по интегралния метод не могат да бъдат точно количествено определени.

IV.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.5.

Таблица № IV.5

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за трифакторен адитивно-кратен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	9	12	3
b	8	3	-5
c	4	6	2
$P = \frac{a}{b+c}$	0,75	1,33333	0,58333

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{1}{6} \left(\frac{2\Delta a}{b_0 + c_0} + \frac{2\Delta a}{b_1 + c_1} + \frac{\Delta a}{b_1 + c_0} + \frac{\Delta a}{b_0 + c_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 3}{8 + 4} + \frac{2 \cdot 3}{3 + 6} + \frac{3}{3 + 4} + \frac{3}{8 + 6} \right) = 0,3016$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_1} + \frac{2a_0 + a_1}{b_1 + c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 + c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 6} + \frac{2 \cdot 9 + 12}{3 + 4} - \frac{2 \cdot 12 + 9}{8 + 6} - \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 4} \right) = 0,5159$$

$$\begin{aligned}\Delta P_{(c)} &= \frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_1} + \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_0} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_0} \right) = \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 6} + \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 6} - \frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 4} - \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 4} \right) = \\ &= -0,2341\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} = \\ &= 0,3016 + 0,5159 + (-0,2341) = 0,5834\end{aligned}$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c} \ln \left| \frac{b_1 + c_1}{b_0 + c_0} \right| = \frac{3}{-5 + 2} \ln \left| \frac{3 + 6}{8 + 4} \right| = 0,2876$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta P - \Delta P_{(a)}}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta b = \frac{0,5833 - 0,2876}{-5 + 2} \cdot (-5) = 0,4927$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta P - \Delta P_{(a)}}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta c = \frac{0,5833 - 0,2876}{-5 + 2} \cdot 2 = -0,1971$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} = \\ &= 0,2876 + 0,4927 + (-0,1971) = 0,5833\end{aligned}$$

Резултатите за индивидуалните влияния на факторните променливи по двата метода се различават. Относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a по интегралния метод е равна на

$$\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{(0,2876 - 0,3016)}{0,3016} \cdot 100 = -4,64\%, \quad \text{относителната грешка на}$$

оценката на влиянието на фактор b по интегралния метод е равна на

$$\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{(0,4927 - 0,5159)}{0,5159} \cdot 100 = -4,50\% \quad \text{и относителната грешка на}$$

оценката на влиянието на фактор c по интегралния метод е равна на

$$\delta_{\Delta P(c)} = \frac{[(-0,1971)-(-0,2341)]}{-0,2341} \cdot 100 = -15,81\%.$$

Когато $\left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| = 1$, тогава $\ln \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| = 0$, което нулира влиянието на фактора a . Следователно индивидуалните факторни влияния не могат да бъдат количествено определени.

Когато $0 < \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| < 1$, тогава $-\infty < \ln \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| < 0$ и абсолютните и относителните грешки на определените факторни влияния по интегралния метод значително нарастват.

Също така, когато $\left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| = 0$, тогава $\ln \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| \rightarrow -\infty$, при което влиянието на фактора a не може да бъде количествено определено, а оттук и не могат да бъдат количествено определени влиянията на останалите фактори.

IV.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c+d}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № IV.6.

Таблица № IV.6

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за четирифакторен адитивно-кратен модел

Показател	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	5	11	6
b	6	8	2
c	4	10	6
d	7	5	-2
$P = \frac{a}{a+c+d}$	0,29412	0,47826	0,184143

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{6}{12} \left(\frac{3}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3}{8 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1}{8 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) = 0,3081$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{6 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) = -0,0416$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) =$$

$$= -0,1241$$

$$\Delta P_d = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} \right) = 0,0418$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = 0,3081 + (-0,0416) + (-0,1241) + 0,0418 =$$

$$= 0,1841$$

По интегралния метод:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \ln \left| \frac{b_1 + c_1 + d_1}{b_0 + c_0 + d_0} \right| =$$

$$= \frac{6}{2 + 6 + (-2)} \cdot \ln \left| \frac{8 + 10 + 5}{6 + 4 + 7} \right| = 0,3023$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta P - \Delta P_{(a)}}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta b = \frac{0,1841 - 0,3023}{2 + 6 + (-2)} \cdot 2 = -0,0394$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta P - \Delta P_{(a)}}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta c = \frac{0,1841 - 0,3023}{2 + 6 + (-2)} \cdot 6 = -0,1182$$

$$\Delta P_{(d)} = \frac{\Delta P - \Delta P_a}{\Delta b + \Delta c + \Delta d} \cdot \Delta d = \frac{0,1841 - 0,3023}{2 + 6 + (-2)} \cdot (-2) = 0,0394$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} =$$

$$= 0,3023 + (-0,0394) + (-0,1182) + 0,0394 = 0,1841$$

Резултатите за индивидуалните влияния на факторните променливи по двата метода се различават. Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора a по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{(0,3023-0,3081)}{0,3081} \cdot 100 = 1,88\%$. Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора b по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{[(-0,0394)-(-0,0416)]}{-0,0416} \cdot 100 = -5,39\%$. Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора c по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(c)}} = \frac{[(-0,1182)-(-0,1241)]}{-0,1241} \cdot 100 = -4,79\%$. Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора d по интегралния метод е равна на $\delta_{\Delta P_{(d)}} = \frac{(0,0394-0,0418)}{0,0418} \cdot 100 = -5,76\%$.

Когато $\left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| = 1$, тогава $\ln \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| = 0$, което нулира влиянието на фактора a . Следователно индивидуалните факторни влияния не могат да бъдат количествено определени.

Когато $0 < \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| < 1$, тогава $-\infty < \ln \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| < 0$ и абсолютните и относителните грешки на определените по интегралния метод факторни влияния значително нарастват.

Също така, когато $\left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| = 0$, тогава $\ln \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| \rightarrow -\infty$, което компрометира количественото определяне на влиянието на фактора a .

IV.4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ЧЕТВЪРТА ГЛАВА

При сравнението на получените резултати по усреднения метод на верижните замествания и по интегралния метод за факторните модели, за които има изведени математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по интегралния метод, можем да обобщим следното:

1. За мултипликативните факторни модели получените резултати са идентични, т.е. и двата метода постигат абсолютна точност.

2. При кратните и адитивно-кратните факторни модели усредненият метод на верижните замествания постига абсолютна точност.

3. Точността на резултатите по интегралния метод при кратните и адитивно-кратните факторни модели е компрометирана от участието на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянието на фактора a (фактора в числителя на факторните модели), а впоследствие и на останалите фактори, които са функция на вече грешно определена стойност на фактора a .

4. Когато при кратен двуфакторен модел $\left| \frac{b_1}{b_0} \right| = 0$, при адитивно-кратен трифакторен модел $\left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| = 0$, и при адитивно-кратен четирифакторен модел $\left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| = 0$, тогава влиянието на фактора a по интегралния метод не може да бъде количествено определено, понеже $\ln(0) \rightarrow -\infty$. Впоследствие не могат да бъдат количествено определени и влиянията на останалите фактори във факторните модели.

5. Когато при кратен двуфакторен модел $0 < \left| \frac{b_1}{b_0} \right| < 1$, при адитивно-кратен трифакторен модел $0 < \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| < 1$, и при адитивно-кратен четирифакторен модел $0 < \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| < 1$, тогава абсолютните и относителните грешки на всички факторни влияния, определени по интегралния метод, значително нарастват.

Усредненият метод на верижните замествания притежава универсалността на метода на верижните замествания и се характеризира с точността, която постига интегралният метод при мултипликативните факторни модели от вида $P = a * b$, $P = a * b * c$ и $P = a * b * c * d$. И по двата метода факторните влияния се определят по различни математически изрази, но се получават идентични и точни количествени резултати.

При кратните и адитивно-кратните факторни модели от вида $P = \frac{a}{b}$; $P = \frac{a}{b+c}$ и $P = \frac{a}{b+c+d}$ се получават отклонения на количествените стойности за индивидуалните факторни влияния и по двата метода. Тази неточност на интегралния метод при кратните и адитивно-кратните факторни модели се дължи на използването на функцията логаритъм натурален в математическите изрази за **приближено** определяне на влиянието на фактора a (факторът в числителя на факторния модел) по интегралния метод, а впоследствие и за влиянието на останалите фактори, участващи в знаменателя на факторните модели, понеже те са функция на вече неточно (приближено, а понякога и невъзможно да се определи, както беше показано по-горе) влияние на фактора a .

Усредненият метод на верижните замествания притежава абсолютна точност за разлика от интегралния метод при ограничения кръг от разработените за него кратни и адитивно-кратни факторни модели. Следователно усредненият метод на верижните замествания се

характеризира със следните предимства пред останалите методи на ДФА, а именно: пълна универсалност относно видовете факторни модели, точност и еднозначност на получените резултати.

ГЛАВА ПЕТА

АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С МЕТОДА НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

Предложеният усреднен метод на верижните замествания може да се разглежда и като подобрение на метода на верижните замествания. Поради това е целесъобразно да се направят допълнителни изследвания. Целта на тези изследвания е да се установи точността на получените резултати, получени от тези два метода. Апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания се извършва чрез съпоставяне на резултатите, които са получени по метода на верижните замествания при конкретни факторни модели и еднакви входящи данни.

V.1. АПРОБАЦИЯ ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

За улеснение при изчислителните процедури ще използваме методът на абсолютните разлики, който е частен случай на метода на верижните замествания при мултипликативни факторни модели и представя идентични резултати при определяне на индивидуалните факторни влияния.

V.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.1.

Таблица № V.1

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за двуфакторен мултипликативен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	4	6	2
b	8	7	-1
$P = a \cdot b$	32	42	10

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1) = \frac{2}{2} (8 + 7) = \frac{2}{2} (8 + 7) = 15$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1) = \frac{2}{2} (8 + 7) = \frac{-1}{2} (4 + 6) = -5$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 15 + (-5) = 10$$

По метода на абсолютните разлики при ред на заместване на факторите от вида $a - b$, т.е. първо a , после b :

$$\Delta P_{(a)} = a_1 \cdot b_0 - a_0 \cdot b_0 = \Delta a \cdot b_0 = 2 \cdot 8 = 16$$

$$\Delta P_{(b)} = a_1 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_0 = a_1 \cdot \Delta b = 6 \cdot (-1) = -6$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 16 + (-6) = 10$$

И по двата метода получаваме различни резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора a е равна на $S_{\Delta P(a)} = 16 - 15 = 1$. Тази грешка на метода на верижните замествания е точно половината на „неразложимия остатък“, а именно: $\frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = \frac{2 \cdot (-1)}{2} = -1$. Понеже влиянието на фактора a при двуфакторните мултипликативни модели по метода на абсолютните разлики не получава разпределение от „неразложимия остатък“, а целият „неразложим остатък“ се добавя към влиянието на втория по ред на заместване във факторните вериги фактор, в случая фактора b , който получава разпределение на целия „неразложим остатък“ към неговото факторно влияние, а именно: $\Delta a \cdot \Delta b = 2 \cdot (-1) = -2$.

Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора a е равна на $\delta_{\Delta P(a)} = \frac{16-15}{15} \cdot 100 = 6,67\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора b е равна на $S_{\Delta P(b)} = (-6) - (-5) = -1$. Понеже влиянието на фактора b при двуфакторните мултипликативни модели по метода на абсолютните разлики включва изцяло влиянието на „неразложимия остатък“, а не неговата половина, то абсолютната грешка отново е равна на половината на „неразложимия остатък“, а именно: $\frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2} = \frac{2 \cdot (-1)}{2} = -1$, което е необходимо да се извади от влиянието на фактора b , определено по метода на абсолютните разлики.

Относителната грешка на оценката на влиянието на фактора b е равна на $\delta_{\Delta P(b)} = \frac{(-6)-(-5)}{-5} \cdot 100 = 20,00\%$.

V.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.2.

Таблица № V.2

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за трифакторен мултипликативен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	5	6	1
b	8	9	1
c	10	8	-2
$P = a \cdot b \cdot c$	400	432	32

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{3} \left(b_0 \cdot c_0 + b_1 \cdot c_1 + \frac{b_1 \cdot c_0 + b_0 \cdot c_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(8 \cdot 10 + 9 \cdot 8 + \frac{9 \cdot 10 + 8 \cdot 8}{2} \right) = 76,33$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{3} \left(a_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot c_1 + \frac{a_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot c_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(5 \cdot 10 + 6 \cdot 8 + \frac{6 \cdot 10 + 5 \cdot 8}{2} \right) = 49,33$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta c}{3} \left(a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1 + \frac{a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{-2}{3} \left(5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + \frac{6 \cdot 8 + 5 \cdot 9}{2} \right) = -93,67$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} =$$

$$= 76,33 + 49,33 + (-93,67) = 32,00$$

По метода на абсолютните разлики при ред на заместване на факторите от вида $a - b - c$, т.е. първо a , после b и накрая c :

$$\Delta P_{(a)} = \Delta a \cdot b_0 \cdot c_0 = 1 \cdot 8 \cdot 10 = 80$$

$$\Delta P_{(b)} = a_1 \cdot \Delta b \cdot c_0 = 6 \cdot 1 \cdot 10 = 60$$

$$\Delta P_{(c)} = a_1 \cdot b_1 \cdot \Delta c = 6 \cdot 9 \cdot (-2) = -108$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} = 80 + 60 + (-108) = 32$$

И по двата метода получаваме различни резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор a е равна на $S_{\Delta P_{(a)}} = 80 - 76,33 = 3,67$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a е равна на $\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{16-15}{15} \cdot 100 = 6,67\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор b е равна на $S_{\Delta P_{(b)}} = 60 - 49,33 = 10,67$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b е равна на $\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{60-49,33}{49,33} \cdot 100 = 21,63\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор c е равна на $S_{\Delta P_{(c)}} = -108 - (-93,67) = -14,33$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор c е равна на $\delta_{\Delta P_{(c)}} = \frac{-108-(-93,67)}{-93,67} \cdot 100 = 15,30\%$.

V.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ($P = a \cdot b \cdot c \cdot d$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.3.

Таблица № V.3

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за четирифакторен мултипликативен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	5	6	1
b	7	5	-2
c	9	8	-1
d	7	9	2
$P = a \cdot b \cdot c \cdot d$	2205	2160	-45

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{4}(b_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta a}{12}(b_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + b_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + b_0 \cdot c_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{1}{4}(7 \cdot 9 \cdot 7 + 5 \cdot 8 \cdot 9) + \frac{1}{12}(5 \cdot 9 \cdot 7 + 7 \cdot 8 \cdot 7 + 7 \cdot 9 \cdot 9 + 5 \cdot 8 \cdot 7 + 5 \cdot 9 \cdot 9 + 7 \cdot 8 \cdot 9) = 405,5$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{\Delta b}{4}(a_0 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta b}{12}(a_1 \cdot c_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot c_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot c_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot c_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{-2}{4}(5 \cdot 9 \cdot 7 + 6 \cdot 8 \cdot 9) + \frac{-2}{12}(6 \cdot 9 \cdot 7 + 5 \cdot 8 \cdot 7 + 5 \cdot 9 \cdot 9 + 6 \cdot 8 \cdot 7 + 6 \cdot 9 \cdot 9 + 5 \cdot 8 \cdot 9) = -747,67$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{\Delta c}{4}(a_0 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_1) + \frac{\Delta c}{12}(a_1 \cdot b_0 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot d_0 + a_1 \cdot b_0 \cdot d_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot d_1) =$$

$$= \frac{-1}{4}(5 \cdot 7 \cdot 7 + 6 \cdot 5 \cdot 9) + \frac{-1}{12}(6 \cdot 7 \cdot 7 + 5 \cdot 5 \cdot 7 + 5 \cdot 7 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 7 + 6 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 5 \cdot 9) = -261,83$$

$$\Delta P_{(d)} = \frac{\Delta d}{4}(a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_1) + \frac{\Delta d}{12}(a_1 \cdot b_0 \cdot c_0 + a_0 \cdot b_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_1 \cdot b_1 \cdot c_0 + a_1 \cdot b_0 \cdot c_1 + a_0 \cdot b_1 \cdot c_1) =$$

$$= \frac{2}{4}(5 \cdot 7 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 8) + \frac{2}{12}(6 \cdot 7 \cdot 9 + 5 \cdot 5 \cdot 9 + 5 \cdot 7 \cdot 8 + 6 \cdot 5 \cdot 9 + 6 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 5 \cdot 8) = 559,00$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = 405,5 + (-747,67) + (-261,83) + 559 = -45,00$$

По метода на абсолютните разлики при ред на заместване на факторите от вида $a - b - c - d$, т.е. първо a - после b , след това c и накрая d :

$$\Delta P_{(a)} = \Delta a \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot d_0 = 1 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 7 = 441$$

$$\Delta P_{(b)} = a_1 \cdot \Delta b \cdot c_0 \cdot d_0 = 6 \cdot (-2) \cdot 9 \cdot 7 = -756$$

$$\Delta P_{(c)} = a_1 \cdot b_1 \cdot \Delta c \cdot d_1 = 6 \cdot 5 \cdot (-1) \cdot 7 = -210$$

$$\Delta P_{(d)} = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 \cdot \Delta d = 6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 480$$

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = \\ &= 441 + (-756) + (-210) + 480 = -45,00 \end{aligned}$$

И по двата метода получаваме различни резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор a е равна на $S_{\Delta P_{(a)}} = 441 - 405,5 = 35,5$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a е равна на $\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{441-405,5}{405,5} \cdot 100 = 8,75\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор b е равна на $S_{\Delta P_{(b)}} = -756 - (-747,67) = -8,33$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b е равна на $\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{-756-(-747,67)}{-747,67} \cdot 100 = -1,11\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор c е равна на $S_{\Delta P_{(c)}} = -210 - (-261,83) = 51,83$, а относителната грешка на

оценката на влиянието на фактор c е равна на $\delta_{\Delta P(c)} = \frac{-210 - (-261,83)}{-261,83} \cdot 100 = -19,80\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор d е равна на $S_{\Delta P(d)} = 480 - 559 = -79$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор d е равна на $\delta_{\Delta P(d)} = \frac{480 - 559}{559} \cdot 100 = -14,13\%$.

V.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ

Апробацията на точността на резултатите при кратни и смесени (адитивно-кратни и мултипликативно-кратни) факторни модели е извършена чрез съпоставяне на резултатите, получени по метода на верижните замествания и усреднения метод на верижните замествания.

V.2.1. При двуфакторен кратен модел ($P = \frac{a}{b}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.4.

Таблица № V.4

**Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ
за двуфакторен кратен модел**

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T0	T1	Δ
<i>a</i>	-5	11	16
<i>b</i>	5	10	5
$P = \frac{a}{b}$	-1	1,1	2,1

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} \left(\frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right) = \frac{16}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) = 2,4$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 + a_0}{b_1} - \frac{a_1 + a_0}{b_0} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{11 - 5}{10} - \frac{11 - 5}{5} \right) = -0,3$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 2,4 + (-0,3) = 2,1$$

**По метода на верижните замествания при ред на заместване на
факторните променливи от типа $a - b$:**

$$\Delta P_{(a)} = \frac{a_1}{b_0} - \frac{a_0}{b_0} = \frac{11}{5} - \frac{-5}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_1}{b_0} = \frac{11}{10} - \frac{11}{5} = \frac{-11}{10} = -1,1$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 3,2 + (-1,1) = 2,1$$

И по двата метода получаваме различни резултати за индивидуалните факторни влияния на участващите фактори.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P(a)} = 3,2 - 2,4 = 0,8$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P(a)} = \frac{3,2-2,4}{2,4} \cdot 100 = 33,33\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P(b)} = (-1,1) - (-0,3) = -0,8$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P(b)} = \frac{(-1,1)-(-0,3)}{-0,3} \cdot 100 = 266,67\%$.

Както се вижда, абсолютните и относителните грешки на оценката на метода на верижните замествания и за двата фактора заемат значителни стойности.

V.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.5.

Таблица № V.5

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за трифакторен адитивно-кратен модел

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	9	12	3
b	8	3	-5
c	4	6	2
$P = \frac{a}{b+c}$	0,75	1,33333	0,58333

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{1}{6} \left(\frac{2\Delta a}{b_0 + c_0} + \frac{2\Delta a}{b_1 + c_1} + \frac{\Delta a}{b_1 + c_0} + \frac{\Delta a}{b_0 + c_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 3}{8 + 4} + \frac{2 \cdot 3}{3 + 6} + \frac{3}{3 + 4} + \frac{3}{8 + 6} \right) = 0,3016$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_1} + \frac{2a_0 + a_1}{b_1 + c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 + c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 6} + \frac{2 \cdot 9 + 12}{3 + 4} - \frac{2 \cdot 12 + 9}{8 + 6} - \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 4} \right) = 0,5159$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{1}{6} \left(\frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_1} + \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 + c_0} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 + c_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 6} + \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 6} - \frac{2 \cdot 12 + 9}{3 + 4} - \frac{2 \cdot 9 + 12}{8 + 4} \right) = -0,2342$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} =$$

$$= 0,3016 + 0,5159 + (-0,2342) = 0,5833$$

По метода на верижните замествания при ред на заместване на факторните променливи от типа $a - b - c$:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{a_1}{b_0 + c_0} - \frac{a_0}{b_0 + c_0} = \frac{12}{8 + 4} - \frac{9}{8 + 4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{a_1}{b_1 + c_0} - \frac{a_1}{b_0 + c_0} = \frac{12}{3 + 4} - \frac{12}{8 + 4} = \frac{12}{7} - 1 = 0,7143$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{a_1}{b_1 + c_1} - \frac{a_1}{b_1 + c_0} = \frac{12}{3 + 6} - \frac{12}{3 + 4} = \frac{12}{9} - \frac{12}{7} =$$

$$= 1,3333 - 1,7142 = -0,3810$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} = \\ &= 0,25 + 0,7143 + (-0,3810) = 0,5833\end{aligned}$$

Резултатите за индивидуалните влияния на факторните променливи по двата метода се различават съществено. Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P(a)} = 0,25 - 0,3016 = -0,0516$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P(a)} \frac{(0,25-0,3016)}{0,3016} \cdot 100 = -17,11\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P(b)} = 0,7143 - 0,5159 = 0,1984$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P(b)} \frac{0,7143-0,5159}{0,5159} \cdot 100 = 38,46\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор c по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P(c)} = (-0,3810) - (-0,2342) = -0,1468$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор c по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P(c)} \frac{(-0,3810)-(-0,2342)}{-0,2342} \cdot 100 = 62,75\%$.

И тук се вижда, че абсолютните и относителните грешки на оценката на метода на верижните замествания и за трите фактора заемат значителни стойности.

V.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ($P = \frac{a}{b+c+d}$)

Входящите данни за извършване на детерминиран факторен анализ са представени на табл. № V.6.

Таблица № V.6

Входящи данни за извършване на детерминиран факторен анализ за четирифакторен адитивно-кратен модел

Показател	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	T_0	T_1	Δ
a	5	11	6
b	6	8	2
c	4	10	6
d	7	5	-2
$P = \frac{a}{a+c+d}$	0,2941	0,4783	0,1841

По усреднения метод на верижните замествания:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{12} \left(\frac{3}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{6}{12} \left(\frac{3}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3}{8 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1}{8 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) = 0,3081$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{6 \cdot 10 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) = -0,0416$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 10 \cdot 7} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} \right) =$$

$$= -0,1241$$

$$\Delta P_d = \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 \cdot c_1 \cdot d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 \cdot c_0 \cdot d_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{6 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 5 + 11}{6 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 11 + 5}{8 \cdot 10 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{6 \cdot 10 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{5 + 11}{8 \cdot 4 \cdot 7} \right) = 0,0418$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = 0,3081 + (-0,0416) + (-0,1241) + 0,0418 =$$

$$= 0,1841$$

По метода на верижните замествания при ред на заместване на факторните променливи от типа: $a - b - c - d$:

$$\Delta P_{(a)} = \frac{a_1}{b_0 + c_0 + d_0} - \frac{a_0}{b_0 + c_0 + d_0} =$$

$$= \frac{11}{6 + 4 + 7} - \frac{5}{6 + 4 + 7} = \frac{6}{17} = 0,3529$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{a_1}{b_1 + c_0 + d_0} - \frac{a_1}{b_0 + c_0 + d_0} =$$

$$= \frac{11}{8 + 4 + 7} - \frac{11}{6 + 4 + 7} = \frac{11}{19} - \frac{11}{17} =$$

$$= 0,5790 - 0,6471 = -0,0681$$

$$\Delta P_{(c)} = \frac{a_1}{b_1 + c_1 + d_0} - \frac{a_1}{b_1 + c_0 + d_0} =$$

$$= \frac{11}{8 + 10 + 7} - \frac{11}{8 + 4 + 7} = \frac{11}{25} - \frac{11}{19} =$$

$$= 0,44 - 0,5790 = -0,1390$$

$$\Delta P_{(d)} = \frac{a_1}{b_1 + c_1 + d_1} - \frac{a_1}{b_1 + c_1 + d_0} =$$

$$= \frac{11}{8 + 10 + 5} - \frac{11}{8 + 10 + 7} = \frac{11}{23} - \frac{11}{25} = 0,4783 - 0,44 =$$

$$= 0,0383$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} + \Delta P_{(c)} + \Delta P_{(d)} = \\ &= 0,3529 + (-0,0681) + (-0,1390) + 0,0383 = 0,1841\end{aligned}$$

Резултатите за индивидуалните влияния на факторните променливи по двата метода се различават съществено. Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P_{(a)}} = 0,3529 - 0,3081 = 0,0448$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор a по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P_{(a)}} \frac{0,3529 - 0,3081}{0,3081} \cdot 100 = 14,54\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P_{(b)}} = (-0,0681) - (-0,0416) = -0,0265$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор b по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P_{(b)}} \frac{(-0,0681) - (-0,0416)}{-0,0416} \cdot 100 = 63,70\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор c по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P_{(c)}} = (-0,1390) - (-0,1241) = -0,0149$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор c по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P_{(c)}} \frac{(-0,1390) - (-0,1241)}{-0,1241} \cdot 100 = 12,01\%$.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактор d по метода на верижните замествания е равна на $S_{\Delta P_{(d)}} = 0,0383 - 0,0418 = -0,0035$, а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор d по метода на верижните замествания е равна на $\delta_{\Delta P_{(d)}} \frac{0,0383 - 0,0418}{0,0418} \cdot 100 = -8,37\%$.

И тук се вижда, че абсолютните и относителните грешки на оценката на метода на верижните замествания и за четирите фактора заемат значителни стойности.

V.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ПЕТА

При сравняване на точността на получените резултати по усреднения метод на верижните замествания чрез съпоставяне с тези по метода на верижните замествания се вижда, че има явни и значими абсолютни и относителни отклонения. Те са в резултат на различието в допусканията на двата метода.

При усреднения метод на верижните замествания допускането е за едновременно изменение на участващите фактори между двата анализирани периода (базов и фактически), т.е. те се променят с еднаква скорост (линейно). Тук се получава средноаритметично разпределение на „неразложимия остатък“ между факторните променливи.

Допускането при метода на верижните замествания е за т.нар. „стъпаловидно“ изменение на участващите фактори във факторния модел. Първо се изменя стойността на първия фактор от базова на фактическа при запазване на базовите стойности на останалите фактори. На втория етап се променя стойността на втория фактор от базова на фактическа, при променена вече стойност на първия фактор и базови стойности на останалите фактори. На третия етап се променя стойността на третия фактор от базова на фактическа, при променени стойности на първия и втория фактор и запазване на базовата стойност на четвъртия фактор. На четвъртия етап се променя стойността на четвъртия фактор от базова на фактическа, при променени стойности на останалите три фактора. По този начин „неразложимият остатък“ се разпределя неравномерно („стъпаловидно“) по факторните влияния. Първият

фактор не получава разпределение от „неразложимия остатък“, а останалите фактори получават различно (неравномерно) разпределение от него. Разпределението на „неразложимия остатък“ по метода на верижните замествания между участващите фактори зависи от поредността на заместване на съответния фактор при построяване на факторните вериги.

ГЛАВА ШЕСТА

ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

Извършването на динамичен детерминиран факторен анализ на мултипликативни факторни модели е възможно по метода на верижните замествания за всички видове факторни модели и по интегралния метод за мултипликативни факторни модели, а също така и за ограничения кръг адитивно-кратни, за които са разработени математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния, представени в табл. № I.3.

Методът на верижните замествания е приложим за всички видове факторни модели, но той допуска т.нар. „стъпаловидно разпределение“ на „неразложимия остатък“. При промяна на реда на заместване на старите (базовите) с новите (фактическите) стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги се получават нееднозначни резултати за индивидуалните факторни влияния.

Интегралният метод дава точни и еднозначни резултати, но единствено при мултипликативните факторни модели. При кратни факторни модели или модели, които съдържат кратен елемент, точността на получените резултати е силно компрометирана от участието на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянието на фактора (a) в числителя на факторния модел, а впоследствие и на останалите фактори в знаменателя на факторния модел, както беше доказано в глава четвърта.

Практическото приложение на интегралния метод за извършване на динамичен ДФА при мултипликативни факторни модели е

представено в разработките на следните автори: С.В. Чеботарев (Чеботарёв, 2001); Е.А. Филатов (Filatov, 2013, 2018, 2021); Е.А. Филатов и И.Г. Дайкусова (Filatov, Dykusova, 2013); Филатов и Л.Г. Рудикх (Filatov, Rudykh, 2014, 2020); М.В. Матвеева и Е.А. Филатов (Matveeva, Filatov, 2021).

Усредненият метод на верижните замествания е единственият точен и универсален метод на ДФА при кратен факторен модел или модел, съдържащ кратен елемент.

Тук трябва да споменем, че основната част от икономическите и финансовите показатели имат факторни модели, които са кратни или съдържат кратен елемент в тях.

Усредненият метод на верижните замествания е лесно приложим при извършване на динамичен ДФА на всички видове математически детерминирани факторни модели. Неговата универсалност, точност и еднозначност дават неограничена възможност за широко приложение при извършване на динамичен детерминиран факторен анализ на всички видове математически детерминирани факторни модели.

VI.1. РАЗЧЛЕНЯВАНЕ НА АНАЛИЗИРАНИЯ ПЕРИОД НА ПОДПЕРИОДИ

Всеки един анализиран период се разделя на подпериоди. След което всеки отделен подпериод се подлага на ДФА по усреднения метод на верижните замествания.

Изменението на резултативния показател (ΔP) и измененията на участващите фактори ($\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d, \dots$) през анализираните подпериоди може да се представи чрез следните изрази:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}; \quad (\text{VI.1})$$

$$\Delta a_t = a_t - a_{t-1}; \quad (\text{VI.2})$$

$$\Delta b_t = b_t - b_{t-1}; \quad (\text{VI.3})$$

$$\Delta c_t = c_t - c_{t-1}; \quad (\text{VI.4})$$

$$\Delta d_t = d_t - d_{t-1}, \quad (\text{VI.5})$$

където: t е индексът на $t^{\text{-тата}}$ стойност на резултативния показател и на участващите факторни променливи във времето, $t = 0, 1, 2, 3, \dots, T$;

t_0 и t_T са съответно: началото и края на целия анализиран период;

t_{t-1} и t_t са съответно: началото и края на $t^{\text{-тия}}$ подпериод.

Индексът на $t^{\text{-тия}}$ подпериод заема стойности от 1 до T ($t = 1, 2, 3, \dots, T$).

Оттук лесно може да се извърши динамичен ДФА на резултативния показател за целия период и по отделните подпериоди в него.

VI.2. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА НЕТНАТА РЕНТАБИЛНОСТ НА ПРИХОДИТЕ ОТ ПРОДАЖБИ НА „МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021 Г.

Показателят нетна рентабилност на приходите от продажби (PRS) има следния детерминиран факторен модел:

$$PRS_t = \frac{NFR_t}{NSR_t}, \quad (VI.6)$$

където: NFR_t е нетният финансов резултат за периода t , хил.лв.;

NSR_t – нетните приходи от продажби за периода t , хил.лв.

Математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на двуфакторния кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби, представени в табл. № III.1, се преобразуват в следния вид:

- за фактора нетен финансов резултат (NFR):

$$\Delta PRS(NFR)_t = \frac{\Delta NFR}{2} \left(\frac{1}{NSR_{t-1}} + \frac{1}{NSR_t} \right); \quad (VI.7)$$

- за фактора нетни приходи от продажби (NSR):

$$\Delta PRS(NSR)_t = \frac{NFR_{t-1} + NFR_t}{2} \left(\frac{1}{NSR_t} - \frac{1}{NSR_{t-1}} \right). \quad (VI.8)$$

Необходимите данни за извършване на динамичен ДФА на рентабилността на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. са със свободен достъп и са взети от консолидираните

годишни финансови отчети на предприятието, налични на сайта на Българска фондова борса¹.

Входящите данни и получените резултати от извършения динамичен ДФА на показателя нетна рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. са представени в табл. № VI.1 и Електронно приложение 2: „NPSR_Analysis.xls: Динамичен детерминиран факторен анализ на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.“.

Извършената проверка за точността на получените резултати е задължителна и тя включва сравняване на абсолютното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от количествените влияния на двете факторни променливи. Проверката по отношение на абсолютната грешка ($S_{\Delta PRS}$) и на относителната грешка (ϵ_{PRS}) съответно се получава при сравняване на абсолютното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от двете количествени факторни влияния и при сравняване на относителното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от двете относителни факторни влияния. Абсолютната и относителната грешка през анализирания период са нула. Това потвърждава точността, с която се характеризира усредненият метод на верижните замествания за нуждите на динамичния ДФА.

¹ <https://www.bse-sofia.bg/bg/disclosure-by-issuers>

Таблица № VI.1.

**Входящи данни и получени резултати от извършения
детерминиран факторен анализ на показателя нетна рентабилност
на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021**

Г.

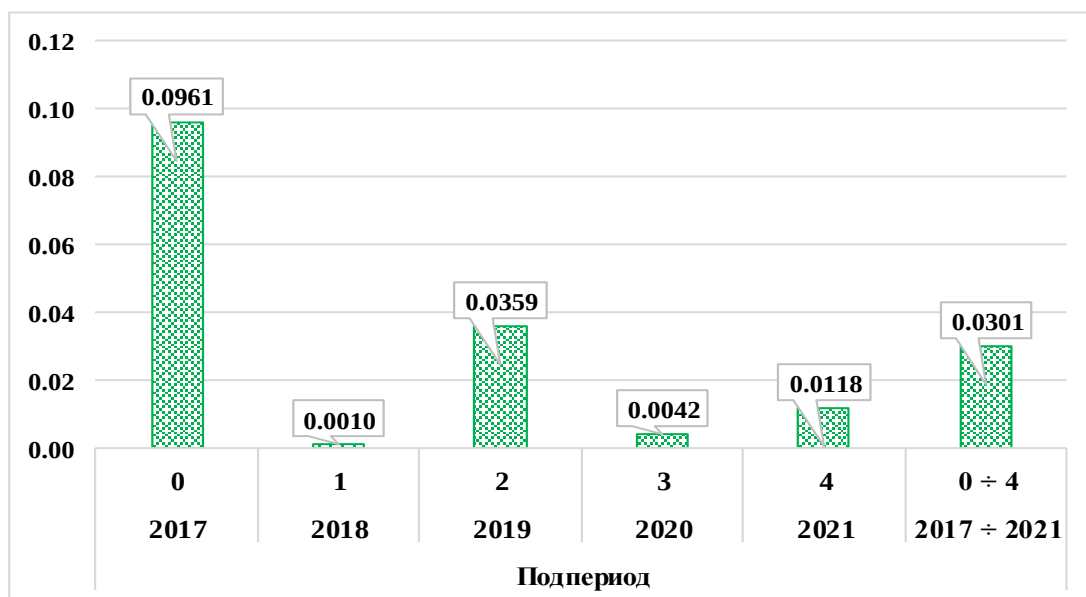
Входящи данни

Показател	Подпериод					
	2017	2018	2019	2020	2021	2017 ÷ 2021
	0	1	2	3	4	0 ÷ 4
Нетен финансов резултат (NFR), хил.лв.	31175	300	11870	1285	4397	49027
Нетни приходи от продажби (NSR), хил.лв.	324529	294179	330776	304003	372954	1626441
Рентабилност на приходите от продажби (PRS)	0.0961	0.0010	0.0359	0.0042	0.0118	0.0301

Получени резултати

Показател	Анализиран период				
	2017 ÷ 2018	2018 ÷ 2019	2019 ÷ 2020	2020 ÷ 2021	2017 ÷ 2021
	1	2	3	4	0 ÷ 4
Абсолютно изменение на нетния финансов резултат ($\Delta NFR = NFR_t - NFR_{t-1}$), хил.лв.	-30875	11570	-10585	3112	-26778
Относително изменение на нетния финансов резултат ($\%NFR = \Delta NFR * 100 / NFR_{t-1}$), %	-99.04%	3856.67%	-89.17%	242.18%	-85.90%
Абсолютно изменение на нетните приходи от продажби ($\Delta NSR = NSR_t - NSR_{t-1}$), хил.лв.	-30350	36597	-26773	68951	48425
Относително изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\%PRS = \Delta PRS * 100 / PRS_{t-1}$), %	-9.35%	12.44%	-8.09%	22.68%	14.92%
Абсолютно изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\Delta PRS = PRS_t - PRS_{t-1}$)	-0.0950	0.0349	-0.0317	0.0076	-0.0843
Относително изменение на рентабилността на приходите от продажби ($\%PRS = \Delta PRS * 100 / PRS_{t-1}$), %	-98.94%	3418.90%	-88.22%	178.92%	-87.73%
Количествено влияние на изменението на нетния финансов резултат ($\Delta PRS_{(NFR)}$)	-0.1000	0.0372	-0.0334	0.0093	-0.0772
Относително влияние на нетния финансов резултат ($\%PRS = \Delta PRS_{(NFR)} * 100 / PRS_{t-1}$), %	-104.15%	3643.32%	-93.10%	219.79%	-80.32%
Количествено влияние на нетните приходи от продажби ($\Delta PRS_{(NSR)}$)	0.0050	-0.0023	0.0018	-0.0017	-0.0071
Относително влияние на изменението на нетните приходи от продажби ($\%PRS = \Delta PRS_{(NSR)} * 100 / PRS_{t-1}$), %	5.21%	-224.41%	4.88%	-40.87%	-7.41%
Комплексно влияние: $\Delta PRS = \Delta PRS_{(NFR)} + \Delta PRS_{(NSR)}$	-0.0950	0.0349	-0.0317	0.0076	-0.0843
Проверка: $\Delta PRS = \Delta PRS_{(NFR)} + \Delta PRS_{(NSR)}$	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно
Стойност на абсолютната грешка, S_{PRS} , лв./лв.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Проверка: $\%PRS = \%PRS_{(NFR)} + \%PRS_{(NSR)}$	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно
Стойност на относителната грешка, δ_{PRS} , %	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%

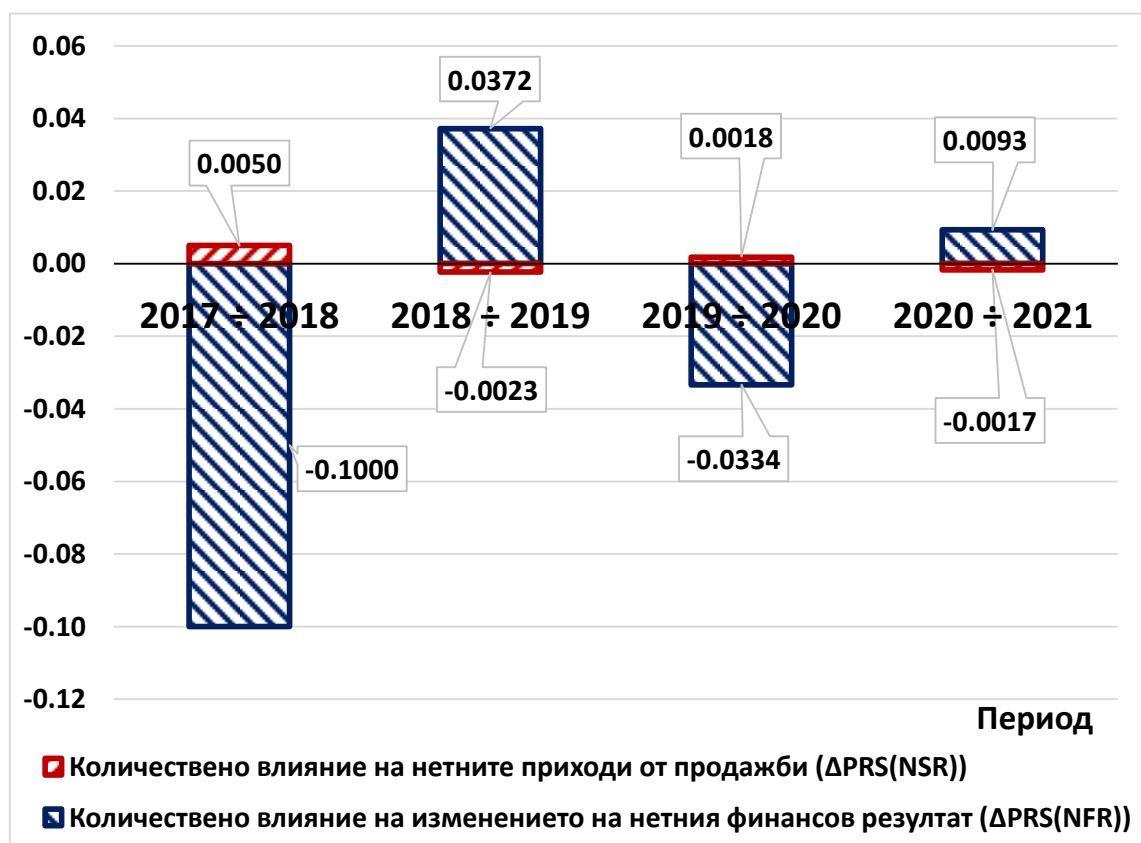
Стойностите на нетната рентабилност на приходите от продажби (NRS_t) през подпериодите и за целия период е представено на фиг. VI.1.



Фиг. VI.1. Стойности на нетната рентабилност на приходи от продажби по подпериоди и за целия анализиран период

На фиг. VI.2 са представени количествените влияния на факторите нетен финансов резултат и нетни приходи от продажби върху абсолютното изменение на резултативния показател – нетна рентабилност на приходите от продажби по подпериоди.

Комплексното влияние на двата фактора върху абсолютното изменение на нетната рентабилност на приходите от продажби представлява сумата от двете факторни влияния. То от своя страна е равно и на абсолютното изменение на резултативния показател – нетна рентабилност на приходите от продажби.



Фиг. VI.2. Количествени влияния на нетния финансов резултат и на нетните приходи от продажби върху изменението на показателя нетна рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД по подпериоди

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.1 и фиг. VI.2, се формулират следните изводи по отделните анализирани подпериоди:

1. През 2018 г. рентабилността на приходите от продажби се е влошила с 0,0950 или с 98,94%. Влошаването на нетния финансов резултат с 30 875 хил.лв. или с 99,04% влошава показателя с 0,1000 или със 104,15%. Намалението на нетните приходи от продажби с 30 350 хил.лв. или с 9,35% подобрява показателя с 0,0050 или с 5,21%.

2. През 2019 г. рентабилността на приходите от продажби се е подобрила с 0,0349 или с 3 418,90%. Подобряването на нетния финансов резултат с 11 570 хил.лв. или с 3 856,67% подобрява показателя с 0,0372 или с 3 643,32%. Увеличението на нетните приходи от продажби с 36 597 хил.лв. или с 12,44% влошава показателя с 0,0023 или с 224,41%.

3. През 2020 г. рентабилността на приходите от продажби се е влошила с 0,0317 или с 88,22%. Влошаването на нетния финансов резултат с 10 585 хил.лв. или с 89,17% влошава показателя с 0,0334 или с 93,10%. Намалението на нетните приходи от продажби и с 26 773 хил.лв. или с 8,09% подобрява показателя с 0,0018 или с 4,88%.

4. През 2021 г. рентабилността на приходите от продажби се е подобрила с 0,0076 или със 178,92%. Подобряването на нетния финансов резултат с 3 112 хил.лв. или с 242,18% подобрява показателя с 0,0093 или с 219,79%. Увеличението на нетните приходи от продажби и с 6 8951 хил.лв. или с 22,68% влошава показателя с 0,0017 или с 40,87%.

Получените резултати от динамичния ДФА по усреднения метод на верижните замествания на показателя рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за целия период 2017 ÷ 2021 г. са представени на фиг. VI.3.



Фиг. VI.3. Количествени влияния на изменението на нетния финансов резултат и на изменението на нетните приходи от продажби върху изменението на показателя рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за целия период 2017 ÷ 2021 г.

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.1 и фиг. VI.3, се формулират следните изводи за целия анализиран период:

1. За целия период 2017 ÷ 2021 г. нетната рентабилност на приходите от продажби намалява с 0,0843 или с 87,73%.

2. Намалението на нетния финансов резултат с 26 778 хил.лв. или с 85,90% влошава нетната рентабилност на приходите от продажби с 0,0772 или с 80,32%.

3. Увеличението на нетните приходи от продажби с 48 425 хил.лв. или с 14,92% влошава нетната рентабилност на приходите от продажби с 0,0071 или с 7,41%.

VI.3. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА ОБЩАТА ЛИКВИДНОСТ НА „МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021 Г.

Детайлизираният вид на показателя обща ликвидност (TL) има следния детерминиран факторен модел:

$$TL_t = \frac{MR_t + CR_t + CF_t}{CO_t}, \quad (VI.9)$$

където: MR_t е стойността на материалните запаси за периода t , хил.лв.;

CR_t – стойността на краткосрочните вземания за периода t , хил.лв.;

CF_t – стойността на краткосрочните финансови средства (краткосрочни финансови активи плюс парични средства и парични еквиваленти) за периода t , хил.лв.;

CO_t – стойността на текущите задължения за периода t , хил.лв.

Математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на четирифакторния адитивно-кратен модел на общата ликвидност, представени в табл. № III.7, се преобразуват в следния вид:

- за фактора материални запаси (MR):

$$\Delta TL(MR)_t = \frac{\Delta MR}{2} \left(\frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (VI.10)$$

- за фактора краткосрочни вземания (CR):

$$\Delta TL(CR)_t = \frac{\Delta CR}{2} \left(\frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (VI.11)$$

- за фактора краткосрочни финансови средства (CF):

$$\Delta TL(CF)_t = \frac{\Delta CF}{2} \left(\frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (VI.12)$$

- за фактора текущи задължения (CO):

$$\Delta TL(CO)_t = \frac{MR_{t-1} + MR_t + CR_{t-1} + CR_t + CF_{t-1} + CF_t}{2} \left(\frac{1}{CO_t} - \frac{1}{CO_{t-1}} \right). \quad (VI.13)$$

Необходимите данни за извършване на динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. са със свободен достъп и са взети от консолидираните годишни финансови отчети на предприятието, налични на сайта на Българска фондова борса².

² <https://www.bse-sofia.bg/bg/disclosure-by-issuers>

Входящите данни и получените резултати от извършения детерминиран факторен анализ на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. са представени в табл. № VI.2 и Електронно приложение 3: „TL_Analysis.xls: Динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.“.

Таблица № VI.2.

**Входящи данни и получени резултати от извършения
детерминиран факторен анализ на показателя обща ликвидност на
„Монбат“ АД за периода 2018 ÷ 2021 г.**

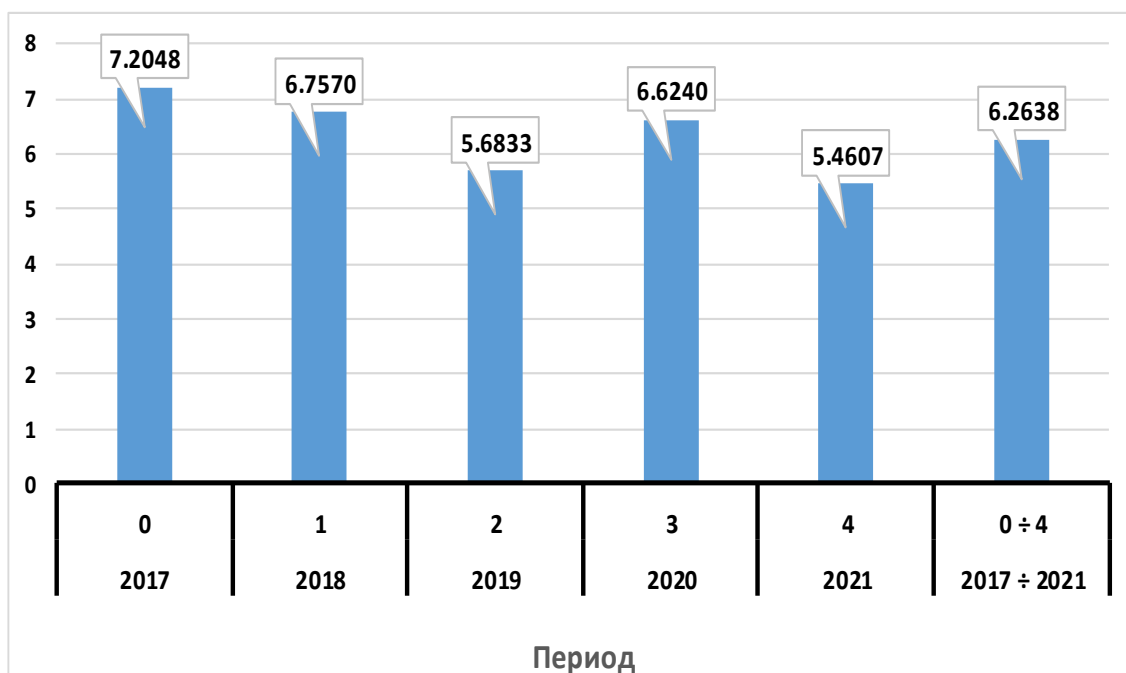
Входящи данни

Показател	Подпериод				
	2017	2018	2019	2020	2021
	0	1	2	3	4
Стойност на материалните запаси (MR), хил.лв.	80633	85104	97926	99269	104761
Стойност на краткосрочните вземания (CR), хил.лв.	120193	130990	122667	113002	132411
Стойност на краткосрочните финансови активи (CF), хил.лв.	31053	31044	23913	24165	9025
Стойност на текущите задължения (CO), хил.лв.	32184	36575	43022	35694	45085
Обща ликвидност (TL)	7.2048	6.7570	5.6833	6.6240	5.4607

Получени резултати

Показател	Анализиран период				
	2017÷2018	2018÷2019	2019÷2020	2020÷2021	2017÷2021
	1	2	3	4	0 ÷ 4
Абсолютно изменение на материалните запаси ($\Delta MR = MR_t - MR_{t-1}$), хил.лв.	4471	12822	1343	5492	24128
Относително изменение на материалните запаси ($\%MR = \Delta MR * 100 / MR_{t-1}$), %	5.54%	15.07%	1.37%	5.53%	29.92%
Абсолютно изменение на краткосрочните вземания ($\Delta CR = CR_t - CR_{t-1}$), хил.лв.	10797	-8323	-9665	19409	12218
Относително изменение на краткосрочните вземания ($\%CR = \Delta CR * 100 / CR_{t-1}$), %	8.98%	-6.35%	-7.88%	17.18%	10.17%
Абсолютно изменение на краткосрочните финансови активи ($\Delta CF = CF_t - CF_{t-1}$), хил.лв.	-9	-7131	252	-15140	-22028
Относително изменение на краткосрочните финансови активи ($\%CF = \Delta CF * 100 / CF_{t-1}$), %	-0.03%	-22.97%	1.05%	-62.65%	-70.94%
Абсолютно изменение на текущите задължения ($\Delta CO = CO_t - CO_{t-1}$), хил.лв.	4391	6447	-7328	9391	12901
Относително изменение на текущите задължения ($\%CO = \Delta CO * 100 / CO_{t-1}$), %	13.64%	17.63%	-17.03%	26.31%	40.09%
Абсолютно изменение на общата ликвидност ($\Delta TL = TL_t - TL_{t-1}$)	-0.4478	-1.0737	0.9407	-1.1632	-1.7441
Относително изменение на общата ликвидност ($\%TL = \Delta TL * 100 / TL_{t-1}$), %	-6.21%	-15.89%	16.55%	-17.56%	-24.21%
Количествено влияние на материалните запаси ($\Delta TL(MR)$)	0.1306	0.3243	0.0344	0.1378	0.6424
Относително влияние на материалните запаси ($\%TL_{(MR)} = \Delta TL_{(MR)} * 100 / TL_{t-1}$), %	1.81%	4.80%	0.61%	2.08%	8.92%
Количествено влияние на краткосрочните вземания ($\Delta TL_{(CR)}$)	0.3153	-0.2105	-0.2477	0.4871	0.3253
Относително влияние на краткосрочните вземания ($\%TL_{(CR)} = \Delta TL_{(CR)} * 100 / TL_{t-1}$), %	4.38%	-3.12%	-4.36%	7.35%	4.52%
Количествено влияние на краткосрочните финансови средства ($\Delta TL_{(CF)}$)	-0.0003	-0.1804	0.0065	-0.3800	-0.5865
Относително влияние на краткосрочните финансови средства ($\%TL_{(CF)} = \Delta TL_{(CF)} * 100 / TL_{t-1}$), %	0.00%	-2.67%	0.11%	-5.74%	-8.14%
Количествено влияние на текущите задължения ($\Delta TL_{(CO)}$)	-0.8934	-1.0072	1.1475	-1.4082	-2.1253
Относително влияние на текущите задължения ($\%TL_{(CO)} = \Delta TL_{(CO)} * 100 / TL_{t-1}$), %	-12.40%	-14.91%	20.19%	-21.26%	-29.50%
Комплексно влияние: $\Delta TL = \Delta TL_{(MR)} + \Delta TL_{(CR)} + \Delta TL_{(CF)} + \Delta TL_{(CO)}$	-0.4478	-1.0737	0.9407	-1.1632	-1.7441
Сумарно относително влияние, $\%TL = \%TL_{(MR)} + \%TL_{(CR)} + \%TL_{(CF)} + \%TL_{(CO)}$, %	-6.21%	-15.89%	16.55%	-17.56%	-24.21%
Проверка: $\Delta TL = \Delta TL_{(MR)} + \Delta TL_{(CR)} + \Delta TL_{(CF)} + \Delta TL_{(CO)}$	Грешно	Вярно	Грешно	Вярно	Вярно
Стойност на абсолютната грешка, S_{TL} , лв./лв.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Проверка: $\%TL = \%TL_{(MR)} + \%TL_{(CR)} + \%TL_{(CF)} + \%TL_{(CO)}$	Грешка	Вярно	Вярно	Вярно	Вярно
Стойност на относителната грешка, δ_{TL} , %	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Стойностите на общата ликвидност (ΔTL) през подпериодите и за целия период е представено на фиг. VI.4.

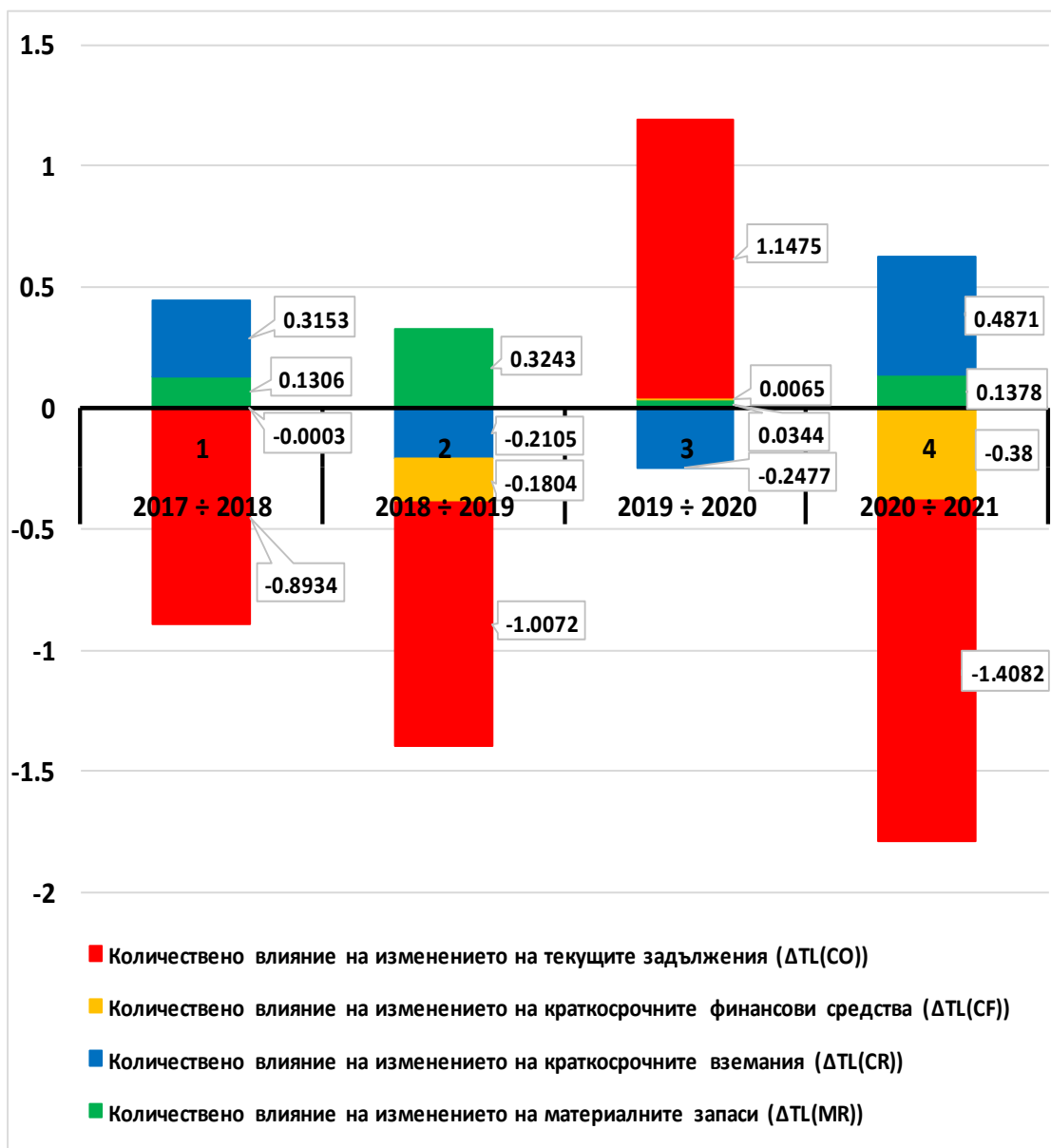


Фиг. VI.4. Стойности на общата ликвидност по подпериоди и за целия анализиран период

Извършването на проверка е задължително и тя включва сравняване на абсолютното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от четирите факторни влияния. Проверката показва несъществени абсолютни и относителни грешки, които са вследствие на изчислителни закръглени. Максималната абсолютна грешка не надвишава 0,0000001, а максималната относителна грешка не надвишава 0,000001%. Това потвърждава изключително високата точност, с която се характеризира усредненият метод на верижните замествания.

На фиг. VI.5 са представени количествените влияния на изменението на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност

на текущите задължения върху абсолютното изменение на резултативния показател – обща ликвидност по подпериоди.



Фиг. VI.5. Количествени влияния на изменението на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на общата ликвидност на „Монбат“ АД по подпериоди

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.2 и фиг. VI.5, се формулират следните изводи по отделните анализирани подпериоди:

1. През 2018 г. общата ликвидност се е влошила с 0,4478 или с 6,22%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 4470 хил.лв. или с 5,54% подобрява показателя с 0,1306 или с 1,81%. Увеличението на стойността на краткосрочните вземания с 10 797 хил.лв. или с 8,98% подобрява показателя с 0,3153 или с 4,38%. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 9 хил.лв. несъществено влошава показателя с 0,0003 или с 0.00%. Увеличението на стойността на текущите задължения с 4 391 хил.лв. или с 13,64% влошава показателя с 0,8934 или с 12,40%.

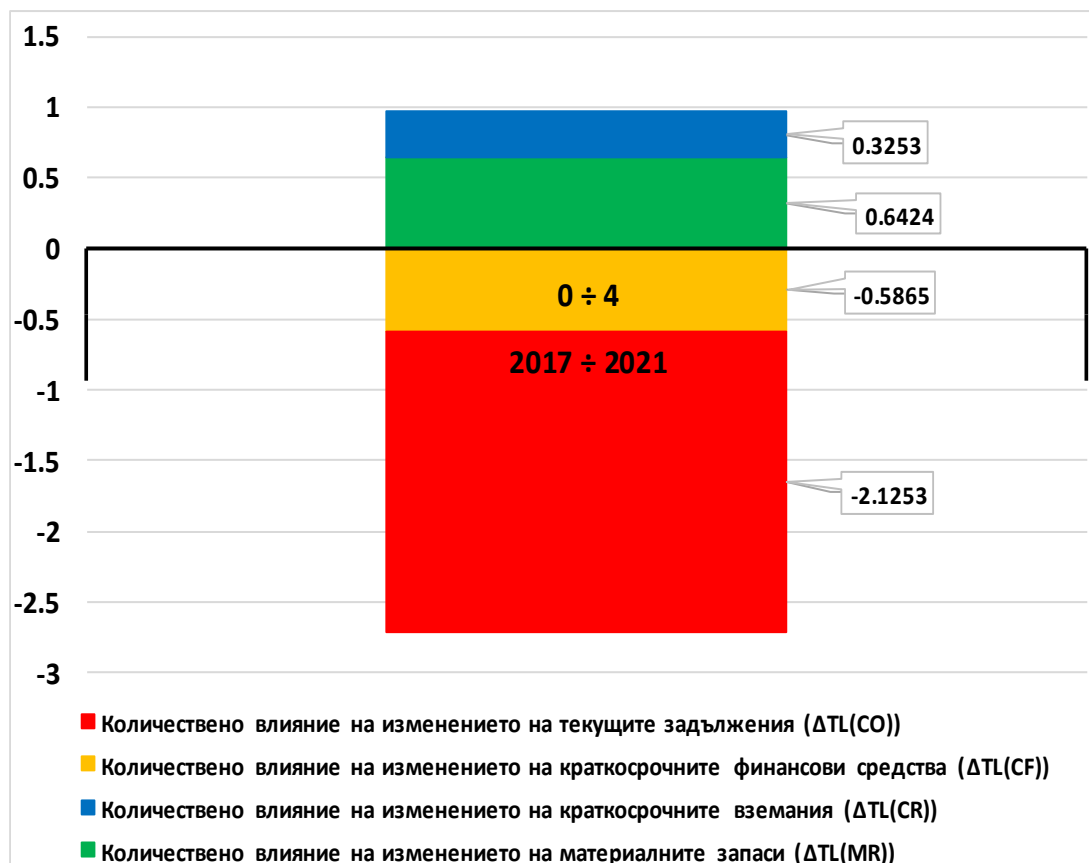
2. През 2019 г. общата ликвидност се е влошила с 1,0737 или с 15,89%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 12 822 хил.лв. или с 15,07% подобрява показателя с 0,3243 или с 4,80%. Намалението на стойността на краткосрочните вземания с 8 323 хил.лв. влошава показателя с 0,2105 или с 3,12%. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 7 131 хил.лв. или с 22,97% влошава показателя с 0,1804 или с 2,67%. Увеличението на стойността на текущите задължения с 6 447 хил.лв. или с 17,63% влошава показателя с 1,0072 или с 14,91%.

3. През 2020 г. общата ликвидност нараства с 0,9407 или с 16,55%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 1 343 хил.лв. или с 1,37% подобрява показателя с 0,0344 или с 0,61%. Намалението на стойността на краткосрочните вземания с 9665 хил.лв. или със 7,88% влошава показателя с 0,2477 или с 4,36. Увеличението на стойността на краткосрочните финансови активи с 252 хил.лв. или с 1,05% подобрява показателя с 0,065 или с 0,11%. Намалението на стойността на текущите задължения с 7328 хил.лв. подобрява показателя с 1,1475 или с 20,19%.

4. През 2021 г. общата ликвидност се е влошила с 1,1633 или със 17,56%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 5 492 хил.лв. или с 5,53% подобрява показателя с 0,1378 или с 2,08%. Увеличението на стойността на краткосрочните вземания с 19 409

хил.лв. или със 17,18% подобрява показателя с 0,4871 или със 7,35%. Намалението на краткосрочните финансови активи с 15 140 хил.лв. или с 62,65% влошава показателя с 0,3800 или с 5,74%. Увеличението на текущите задължения с 9 391 хил.лв. или с 26,31% влошава показателя с 1,4082 или с 21,26%.

На фиг. VI.6 са представени количествените влияния на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на общата ликвидност за целия анализиран период.



Фиг. VI.6. Количествени влияния на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на общата ликвидност на „Монбат“ АД за целия анализиран период 2017 ÷ 2021 г.

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.2 и фиг. VI.6, се формулират следните изводи за целия анализиран период:

1. За целия анализиран период 2017 ÷ 2021 г. общата ликвидност на „Монбат“ АД се е влошила с 1,7441 или с 24,21%.
2. Увеличението на стойността на материалните запаси с 24 128 хил.лв. или с 29,92% подобрява показателя с 0,6424 или с 8,92%.
3. Увеличението на краткосрочните вземания с 12 218 хил.лв. или с 10,17% подобрява показателя с 0,3253 или с 4,52%.
4. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 22 028 хил.лв. или с 70,94% влошава показателя с 0,5865 или с 8,14%.
5. Увеличението на стойността на текущите задължения с 12 901 хил.лв. или с 40,09% влошава показателя с 2,1253 или с 29,50%.

VI.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ШЕСТА

Резултатите от извършените динамични ДФА на нетната рентабилност на приходите от продажби и на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. безусловно подчертават лесната приложимост и универсалност на усреднения метод на верижните замествания за целите на динамичния ДФА на съставни икономически, финансови и други показатели. Това е единственият точен метод, който е приложим за детерминирани факторни модели, съдържащи кратен елемент в тях.

За избягване на изчислителни грешки е задължително да се извърши проверка на точността на получените абсолютни и относителни факторни влияния на участващите фактории променливи, съответно

върху абсолютното и относителното изменение на резултативния показател.

При динамичния ДФА по усреднения метод на верижните замествания абсолютните и относителните грешки са нула. Това потвърждава точността на усреднения метод на верижните замествания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основните изводи от извършеното научно изследване се свеждат до следното:

1. Съществуващите до момента методи на ДФА се характеризират с редица предимства, но и с множество недостатъци, а също така и с различна степен на универсалност (приложимост), т.е. голяма част от тях са изведени само за ограничен брой и видове факторни модели.

2. До момента не съществуваше единен метод на ДФА, който да е универсален, т.е. да е приложим за всички видове факторни модели. Изключение прави методът на верижните замествания. Но чрез него не могат да се получат еднозначни резултати относно количественото определяне на факторните влияния. Това обосновава острата необходимост от разработване на нов точен, еднозначен, директен и универсален метод на ДФА.

3. Разработеният нов метод на ДФА, а именно усредненият метод на верижните замествания, решава дългогодишен научен и приложен проблем, а именно точност и еднозначност по отношение на количественото определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател при детерминирани факторни модели.

4. Усредненият метод на верижните замествания се характеризира с пълна универсалност на приложение относно всички видове детерминирани факторни модели и чрез него се получават точни и еднозначни математически изрази и резултати за точното и еднозначно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи за всичките видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

5. Аprobацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания потвърждава основното предимство на метода, а именно точността и еднозначността на получените резултати при количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите фактори във всички видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

6. Усредненият метод на верижните замествания е абсолютно точен, универсален и лесно приложим метод на ДФА за извършване на динамичен ДФА на всички видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

7. Усредненият метод на верижните замествания е математически метод, който може да намери широко приложение за изследване не само на икономически модели, но и за неикономически такива.

Актуалността на разгледаните в настоящото научно изследване въпроси предопределя основните насоки за допълнителна изследователска работа по проблема. Те могат да се очертаят в следните направления:

1. Да се изведат математическите зависимости по методиката на усреднения метод на верижните замествания за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния за факторни модели, съдържащи пет и повече факторни променливи, което е изключително трудоемка задача.

2. Да се апробират и да се потвърди точността на изведените нови математически зависимости, съдържащи пет и повече факторни променливи, получени по методиката на усреднения метод на верижните замествания с помощта на електронни таблици или в MS Excel среда.

3. Усредненият метод на верижните замествания да се адаптира и за сложни съставни детерминирани факторни модели на основата на разлагане на резултативния показател на подпоказатели.

4. Усредненият метод на верижните замествания може да намери по-широко приложение, а именно извършване на количествени анализи на детерминирани факторни модели не само на икономически и финансови показатели, но и на показатели от всички научни области.

НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Митев В. Методът на верижните замествания – практическо приложение във финансово-стопанския анализ, предимства и недостатъци. *Годишник на МГУ „Св. Ив. Рилски”*, т. 51, св. IV, ИК „Св. Ив. Рилски”, С., 2008, с. 45-48, ISSN 1312-1820.
2. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания. *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 4, 2020, 90-100, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2020.4.09>.
3. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания – приложимост, предимства и недостатъци. *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 2, 2021, с. 127-138, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2021.2.08>.
4. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. (Първо издание), „Авангард Прима”, С., 2008, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.
5. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. (Второ издание), „Авангард Прима”, С., 2019, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.
6. Митев В.Ц. Апробация усредненогo метода цепних подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей. *Финансы: теория и практика*, Том. 26, № 6, 2022, с. 166-174, ISSN 2587-5671 (Print), ISSN 2587-7089 (Online), DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174. (Русский язык)

Mitev V. Ts. Approbation of the averaged method of chain substitutions for three- and four-multiples and multiplicative-multiples factor models. *Finance: Theory and Practice*. 2022;26(6):166-174. DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174 (English)
7. Митев В. Динамичен детерминиран факторен анализ по усреднения метод на верижните замествания, *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 1, 2023, с. 131-148, ISSN 1314-6556, DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2023.1.11>.

ПРИНОСНИ МОМЕНТИ В НАУЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ

Научните и научно-приложните приноси в научното изследване се свеждат до следното:

1. Извършен е критичен анализ на същността, допусканията, методиките, приложимостта, предимствата, недостатъците, точността и еднозначността на резултатите за всички съществуващи в научната литература и практика методи на ДФА и е обоснована острата необходимост от разработването на усреднения метод на верижните замествания.

2. Разработена е методиката на предложения усреднен метод на верижните замествания, а именно: същност, допускане, етапи на методиката, приложимост за видовете факторни модели.

3. Изведени са общо 153 бр. аналитични изрази за 42 вида детерминирани факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи, които служат за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по методиката на усреднения метод на верижните замествания, а именно:

- 9 бр. математически изрази за 3 вида мултипликативни факторни модели;
- 12 бр. математически изрази за 4 вида кратни факторни модели;
- 22 бр. математически изрази за 6 вида адитивно или разликово-мултипликативни факторни модели;
- 18 бр. математически изрази за 5 вида мултипликативно-кратни факторни модели;
- 60 бр. математически изрази за 16 вида адитивно или разликово-кратни факторни модели;
- 32 бр. математически изрази за 8 вида адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели.

4. Изведени са математическите изрази за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния за детерминирани факторни модели, съдържащи разликов елемент в тях чрез усреднения метод на верижните замествания.

5. Изведените аналитични изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния са систематизирани в табличен вид според вида на факторния модел, описващ връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи. Тези аналитични изрази са имплементирани (атестирани) в разработено приложение в средата на MS Excel.

6. Усредненият метод на верижните замествания е атестиран за условията на динамичен детерминиран факторен анализ, като е потвърдена неговата точност, еднозначност и универсална приложимост.

ДЕКЛАРАЦИЯ

Дисертационният труд се базира на оригинални научноизследователски резултати, получени от автора, което декларирам с подписа си.

Настоящият дисертационен труд не е представян за придобиване на научна степен в друго висше училище, университет или научен институт.

.....

(доц. д-р инж. Веселин Митев)

БИБЛИОГРАФИЯ

А. ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА

1. Адамов В. Е. *Факторный индексный анализ (Методика и проблемы)*. „Политиздат“, М., 1977.
2. Алексеева А.И., Васильев Ю.В., Малеева А.В., Ушвицкий Л.И. *Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности*. „Финансы и статистика“, М., 2001.
3. Баканов М.И., Шеремет А.Д. 2001. *Теория экономического анализа*. „Финансы и статистика“, М., 2001, 416 с.
4. Белобжецкий И.А. Финансовые показатели предприятия и методы их контроля. „Финансы“, М., 1975, с. 125-132.
5. Бутник-Сиверский А.Б., Сайфулин Р.С., Рейльян Я.Р. и др. *Экономико-математические методы в анализе хозяйственной деятельности предприятий и объединений*. „Финансы и статистика“, М., 1982, 200 с.
6. Ванинский А.Я. Интегральный метод экономического анализа в историко-методологическом аспекте. *Вестник МГУ. Серия 6. Экономика*, № 1. 1987. с. 34 –41.
7. Блюмин С.Л., Иванова Г.О., Чеботарёв С.В. Обзор математического программного обеспечения. *Славяновские чтения: Сб. науч. тр. Российской науч.-техн. конф. с междунар. участием. – ЛЭГИ, Липецк, 1999, с. 263-269.*
8. Блюмин С.Л., В.Ф. Суханов, С.В. Чеботарёв. *Основы прикладной математики. Экономические производственные задачи. /Учеб. пособие/, ЛЭГИ, Липецк, 2000, 72 с.*
9. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Применение теоремы Лагранжа в экономическом факторном анализе. *Современные проблемы информатизации: Тез. докл. III Междунар. электронной науч. конф. ВГПУ, Воронеж, 1998, с. 75-76.*
10. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф. Теорема о среднем в экономическом факторном анализе. *Социальные, экономические и финансовые проблемы перехода экономики в стадию устойчивого роста: Тез. докл. Всероссийской науч.-практ. конф. ЛГТУ, Липецк, 1997, с. 103-104.*

11. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. *Экономический факторный анализ*. ЛЭГИ, Липецк, 2004. 148 с.
12. Голопузов Е.Н., Шадринцев А.И. Факторный анализ и математическое обоснование в его реализации, *Экономический анализ: Теория и практика*, 16 (73), 2006, с. 19-28.
13. Ежов А.И. Попытаемся внести ясность. *Вестник статистики*, бр. 1, 1973, с. 20.
14. Кремер Н.Ш. *Высшая математика для экономических специальностей*. Высшее образование, М., 2005.
15. Лебедев К.Н. Проблемы факторного анализа (проблемы науки „экономический анализ“). *ЭТАП: Экономическая теория, Анализ, Практика*, бр. 3, 2012, с. 4-13.
16. Липовецкий С.С. Вариационный анализ распределения прироста по факторам. *Э и ММ*, т. XIX, Вып., 1, 1983, с. 125–130.
17. Любушин Н.П. *Анализ финансово-экономической деятельности предприятия*. ЮНИТИ-ДАНА, М., 2009, 471 с.
18. Митев В.Ц. Апробация усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей. *Финансы: теория и практика*, Том 26, № 6, 2022, с. 166-174. ISSN 2587-5671 (Print), ISSN 2587-7089 (Online), DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174.
19. Митев В. Динамичен детерминиран факторен анализ по усреднения метод на верижните замествания, „*Икономически и социални алтернативи*“, бр. 1, 2023, с., ISSN 1314-6556, DOI . (приета за печат).
20. Митев В. Методът на верижните замествания – практически приложение във финансово-стопанския анализ, предимства и недостатъци. *Годишник на МГУ „Св. Ив. Рилски”*, т. 51, св. IV, ИК „Св. Ив. Рилски”, С., 2008. с. 45-48.
21. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания. „*Икономически и социални алтернативи*“, бр. 4, 2020, 90-100, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2020.4.09>.
22. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания – приложимост, предимства и недостатъци. „*Икономически и социални алтернативи*“, бр. 2, 2021, с. 127-138, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2021.2.08>.
23. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. Първо издание, „Авангард Прима”, С., 2008, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.

24. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. Второ издание, „Авангард Прима”, С., 2019, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.
25. Прокофьев В.А., Носов В.В., Саломатина Т.В. Предпосылки и условия развития детерминированного факторного анализа (проблемы науки „экономический анализ“). „ЭТАП: Экономическая теория, Анализ, Практика“, 2014:4:134-145.
26. Савицкая Г.В. *Теория анализа хозяйственной деятельности*. „ИМФРА-М“, М., 2012.
27. Тимчев М. *Финансово-стопански анализ на фирмата*, „Протед”, С., 1994.
28. Фёдорова В., Егоров Ю. К вопросу о разложении прироста на факторы. „Вестник статистики“, бр. 5, 1977, с. 71-73.
29. Хумал А. Разделение прироста производства. *Учёные записки по статистике = Uchonyue zapiski po statistike*. „АН СССР“, М., 1964, 206-212.
30. Чеботарёв С.В. Инновационные подходы к методологии экономического факторного анализа. *Научные труды молодых исследователей программы «Шаг в будущее»*. Т. 5, НТА «АПФН», М., 2002, с. 94-96.
31. Чеботарёв С.В. Метод Лагранжа и теорема Бюдана-Фурье в экономическом факторном анализе. „Системы управления и информационные технологии“, № 1 , 2003, с. 30-35.
32. Чеботарёв С.В. Применение экономического факторного анализа для управления хозяйственными процессами. „Управление большими системами“, №3, 2003, с. 114-122.
33. Чеботарёв С.В. Современные концепции экономического факторного анализа. *Сборник научных трудов преподавателей и сотрудников, посвящённый 45-летию Липецкого государственного технического университета*. Часть 3, ЛГТУ, Липецк, 2001, с. 70-73.
34. Чеботарёв С.В. Теория и практика статического и динамического экономического факторного анализа. „Системы управления и информационные технологии“, № 2, 2001, с. 68-73.
35. Чуков Кр. *Финансово-стопански анализ на предприятието*. „ИСК при УНСС“, С., 2002.
36. Шеремет А.Д. и др., *Экономико-математические методы в анализе хозяйственной деятельности предприятий и объединений*. „Финанси и статистика“, М., 1982, с. 94-99.

-
37. Шеремет А.Д., Дэй Г.Г., Шаповалов В.Н. Метод цепных подстановок и совершенствование факторного анализа экономических показателей. „Вестник МГУ“, Сер. 6: „Экономика“, 4, 1971, с. 62–69.
 38. Шеремет А.Д. *Теория экономического анализа*. „ИМФРА-М“, М., 2002.
 39. Югенбург С. О разложении абсолютных приростом по факторам. „Учёные записки по статистике = Uchonyye zapiski po statistike“, „АН СССР“, М., I, 1955, с. 66-83.
 40. Bernstein L., Wild J. J., Subramanyam K. R. *Financial Statement Analysis*. 7th ed. “Irwin McGraw-Hill”, 2001.
 41. Brealey R., Myers S., Allen F. *Corporate Finance*. “Irwin”, McGraw-Hill, 2006.
 42. Chebotarev S. V. Economic factorial analysis: general theory and original approaches. *The 4th International Carpathian Controlling Conference (ICCC 169 2003): Proceedings of the conference*. High Tatras, Slovak Republic, 2003. p. 795-798.
 43. Chebotarev S. V. Modern concepts of economic factorial analysis. *The 15th European Simulation Multiconference (ESM 2001): Proceedings of the conference*. Prague, Czech Republic, 2001, p. 76-77.
 44. Chebotarev S. V. Numerical mathematics methods in economic factorial analysis. *The 5th International Conference for Young Computer Scientists (ICYCS 1999): Proceedings of the conference*. Nanjing, P. R. China, 1999, p. 125-131.
 45. Filatov, E.A. Author’s factor analysis of financial profitability. *European Social Science Journal*, 8 (35). vol. 2, 2013, pp. 462 – 471.
 46. Filatov E.A. Analysis of the working capital profitability of small enterprises in the construction industry of the Irkutsk region. *Conference: SiliconPV 2021, The 11th International Conference on Crystalline Silicon Photovoltaics*, 2021, DOI: 10.1063/5.0091550.
 47. Filatov E.A. Deterministic Factor Analysis of Three-Factor Dupont Model Using Filatov Methods. *Conference: RPTSS 2018 - International Conference on Research Paradigms Transformation in Social Sciences*, 2018, DOI: 10.15405/epsbs.2018.12.45.
 48. Filatov E.A. Factor analysis of equity capital profitability by author’s methods. “*Bulletin of ISTU*”, 6 (77), 2013, pp. 234 – 240.
 49. Filatov E.A., Dykusova I.G. Deterministic factor analysis of innovative company’s profitability. *Proceedings of the ISEA (BSUEL)*: online journal, 5, 2013.
 50. Filatov E.A., Rudykh L.G. Factor analysis of financial profitability according to the author' methods. *World Applied Sciences Journal*, vol.
-

- 29, num. 7, 2014, pp. 908-914, DOI: 10.5829/idosi.wasj.2014.29.07.13932.
51. Foster G. *Financial Statement Analysis*. "Englewood", Cliffs, N.J., 1996.
52. Matveeva M.V., Filatov E.A. Integral analysis of the model of profitability of fixed assets in the construction industry of the Russian Federation, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 751, International Baikal Investment and Construction Forum "Spatial Restructuring of territories" 4 December 2020, Irkutsk, Russian Federation, 2021.
53. Emery D.R., Finnerty J.D., Stowe J.D. *Corporate Financial Management*. 2nd ed. "Prentice-Hall", Englewood Cliffs, N.J., 2004.
54. Ross S., Westerfield R., Jaffe J. *Corporate Finance*. 2nd ed. "Irwin", Homewood, I.L., 1990.

Б. ДОПЪЛНИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА

1. Абдукаримов И.Т., Нарижный И.Ф. Факторный анализ оценки влияния факторов внутренней среды предприятия на результативные показатели его хозяйственной деятельности. *Регион: системы, экономика, управление*, т. 26, №3, 2014, 123-131.
2. Абчук В.А. Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций. СПб.: Союз, 1999, 320 с.
3. Адамов В.Е., Ильенкова С.Д., Сиротина Т.П., Смирнов С.А. *Экономика и статистика фирм*. „Финансы и статистика“, М., 2000, 288 с.
4. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. *Прикладная статистика и основы эконометрики*. „ЮНИТИ“, М., 1998, 1022 с.
5. Айнаджиев А.; Петков Ив. *Анализ на стопанската дейност на предприятието*. УИ „Васил Априлов“, Габрово, 1998. ISBN 954-683-068-2.
6. Ангелова Й. *Ръководство за разработване на курсови работи по Финансов анализ*. „Кинг 2001“, С., 2018, 248 с., ISBN 978-954-9518-75-7.
7. Ангелова Й. *Технико-икономически анализ в електроенергетиката*. „Авангард Прима“, С., 2018, 170 с., ISBN 978-619-239-064-8.
8. Ангелова Р. *Финансово-стопански анализ*. УИ „Паисий Хилендарски“, Ст. Загора, 2016, 144 с., ISBN 978-619-202-121-4.

9. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. *Анализ, синтез, планирование решений в экономике*. „Финансы и статистика“, М., 2000, 368 с.
10. Баканач О. В., Проскурина Н. В., Корнев В. М. Детерминированный факторный анализ финансовых результатов деятельности кредитных организаций, *Вестник Самарского муниципального института управления*, № 2, 2019, 96–104.
11. Баканов М.И., Шеремет А.Д. *Теория экономического анализа*. „Финансы и статистика“, М., 1997, 416 с.
12. Баканов М.И., Мельник М.В., Шеремет А.Д. *Теория экономического анализа*. Учебник /под ред. М.И. Баканова/, 5-е изд. „Финансы и статистика“, М., 2007, 536 с.
13. Баканов М.И. *Экономический анализ в торговле*. „Финансы и статистика“, М., 2006, 400 с.
14. Баканов М.И. *Экономический анализ. (Теория, история, современное состояние, перспективы)*. „Финансы“, М., 1976, 264 с.
15. Баканов М.И., Кашаев А.Н., Шеремет А.Д. *Экономический анализ. (Теория, история, современное состояние, перспективы)*. „Финансы“, М., 1976, 264 с.
16. Барнгольц С.Б., Мельник М.В. *Методология экономического анализа деятельности хозяйствующего субъекта*. „Финансы и статистика“, М., 2003, 240 с.
17. Басовский Л.Е. *Теория экономического анализа*. „ИНФРА-М“, М., 2001, 222 с.
18. Бердникова Т.Б. *Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия*. „ИНФРА-М“, М., 2003, 215 с.
19. Блажевич О. Г., Мрищук В. Д. Факторный анализ эффективности формирования и использования собственных оборотных средств. *Бюллетень науки и практики*, № 12, 2016, 203-213.
20. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Актуальная математика в решении экономических производственных задач. Опыт разработки и внедрения в учебный процесс вуза новых образовательных технологий: „Материалы Всеросс. науч.-метод. конф.“, Ч.П., ЛГТУ, Липецк, 2000, с. 47-48.
21. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. Динамический и структурный экономический факторный анализ. „Программное обеспечение автоматизированных систем управления“, Сб. докл. междунар. науч.-техн. конф. SAS-2000, ЛГТУ, Липецк, 2000, с. 25-30.

22. Блюмин С.Л., Суворов В.А., Чеботарев С.В. Индексы Дивизиа в экономическом факторном анализе. *„Вестник Тамбовского университета“, Серия: „Естественные и технические науки“*, Том 5, Вып. 4, ТГУ, Тамбов, 2000, с. 419-422.
23. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Исследование модели потребления энергоносителей с использованием прямого детерминированного факторного анализа. *„Теория и технология производства чугуна и стали“*, Сб. науч. труд. межгосуд. науч.-техн. конф. – Липецк: ЛЭГИ, 2000, с. 188-193.
24. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. Некоторые оценки для выпуклых комбинаций. *Современный анализ и его приложения: Тез. докл. Воронежской зимней матем. школы*. ВГУ, Воронеж, 2000, с. 35.
25. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарев С.В. Применение теоремы Бюдана-Фурье в экономическом факторном анализе. *„Современные проблемы информатизации в непроизводственной сфере и экономике“*: Сб. трудов. IX Междунар. открытой науч. конф., Воронеж, 2004, с. 8-9.
26. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Розгон Т.Г., Чеботарёв С.В. Сравнение различных практических методик цепного динамического экономического факторного анализа. *„Проблемы безопасности транспортного пространства“*, Сб. науч. трудов междунар. конф. ЛГТУ и ЛЭГИ, ЛЭГИ, Липецк, 1998, с. 49-50.
27. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Теорема Лагранжа для эластичностей в индексном экономическом факторном анализе производственных функций. *Современные методы теории функций и сложные проблемы: Материалы конф. Воронежской зимней матем. школы*, ВГУ, Воронеж, 2003, с. 36-37.
28. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Формула конечных относительных приращений для эластичностей в относительном экономическом факторном анализе производственных функций. Методические аспекты. *Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки*. Том 5, Вып. 3, ТГУ, Тамбов, 2003, с. 347-348.
29. Блюмин С.Л., Суханов В.Ф., Чеботарёв С.В. Экономический факторный анализ второго порядка. Современные проблемы информатизации в непроизводственной сфере и экономике: *Сб. трудов VI Междунар. открытой науч. конф.*, Вып. 6, ВЭПИ, Воронеж, 2001, с. 40-41.
30. Ваклиев Гр., Чуков Кр., Тимчев М. *Основи на стопанския анализ на предприятието*. „Люрен“, С., 1992, 160 стр.

31. Горский В.Г., Орлов А.И. Математические методы исследования: итоги и перспективы. „Заводская лаборатория“, №1, 2002, с. 108-112.
32. Грищенко О.В. *Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия*. ТРТУ, Таганрог, 2000, 112 с.
33. Дончев Д. Анализ на стопанската дейност. „Софттрейд“, С., 2004, ISBN - 954-9725-90-1.
34. Дончев Д., Й. Ангелова. *Ръководство за упражнения по анализ на стопанската дейност*. „Софттрейд“, С., 2005, 220 с., ISBN 954-972-5979.
35. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. *Многомерные статистические методы*. Финансы и статистика, М., 2000, 352 с.
36. Ершов Э.Б. Индексы цен и количеств Фишера и Монтгомери как индексы Дивизиа. „Экономика и математические методы“, Том 39, № 2, 2003, с. 136-154.
37. Зайнутдинова Е. Д. Методика факторного анализа в продажах. *Иновации и инвестиции*, бр. 11, 2022, 193-195.
38. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных И.Н. *Математические методы в экономике*. „МГУ им. М.В. Ломоносова“, М., 2001. 366 с.
39. Йончев Цв., Терзиева С. *Планиране и анализ на стопанската дейност на търговски фирми*. УИ „Стопанство“, С., 1998.
40. Каракоз И.И., Самборский В.И. *Теория экономического анализа*. „Выща школа“, Киев, 1989, 295 с.
41. Кёвеш П. *Теория индексов и практика экономического анализа*. Финансы и статистика, М., 1990, 303 с.
42. Любушин Н.П. *Теория экономического анализа: Курс лекций*. Н.Новгород: НКИ, 2008. 81 с.
43. Любушин Н.П. *Экономический анализ: учебник для студентов вузов*. „ЮНИТИ-ДАНА“, М., 2010. 575 с.
44. Мукаевич Т.Х., Хусеиновна Т.Ж. Теоретические аспекты применения экономико-математического аппарата при оценке моделей и систем детерминированного факторного анализа. *Мир Науки*, № 4, 2014, 1-7, <http://mir-nauki.com>.
45. Ненов, Н. *Планиране и анализ на стопанската дейност на индустриалното предприятие*. „Университетско издателство Икономически университет“, Варна, 2003, 360 с.
46. Николов, Н. *Финансов анализ*. „PRINCEPS“, Варна, 1995, 244, ISBN 954-8067-15-3.

-
47. Николов, Н. *Финансов анализ на стопанската дейност на предприятията*. УИ „Стопанство“, С., 1994. ISBN 954-494-085-5.
 48. Петров Г. *Основи на финансите на фирмата*. ИК „Труд и право“, С., 1995.
 49. Прыкин Б.В. *Технико-экономический анализ производства*. „ЮНИТИ-ДАНА“, М., 2000, 399 с.
 50. Пястолов С.М. *Экономический анализ деятельности предприятия*. „Академический Проект“, М., 2002, 573 с.
 51. Савицкая Г.В. *Анализ хозяйственной деятельности предприятия*. „Новое знание“, Минск, 2002, 704 с.
 52. Тарасова В.В., Тарасов В.Е. Детерминированный факторный анализ: методы интегро-дифференцирования нецелого порядка. *„Актуальные проблемы экономики и права“*, Том. 10, № 4, 2016; с. 77-87. DOI:10.21202/1993-047X.10.2016.4.77-87.
 53. Тимчев М. *Национални счетоводни стандарти и финансово-счетоводен анализ съобразно изискванията на НСС-29*, „Протед“, С., 1995.
 54. Тимчев М. *Финансово-стопански анализ*. Първо издание, „Тракия-М“, С., 1999.
 55. Трифонов Тр. *Финансов анализ на фирмата*. „Сиела“, С., 2001.
 56. Филимонова И. В., Комарова А. В. Факторный анализ экономической эффективности нефтегазовой отрасли России. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета*. Социально-экономические науки, № 4, 2019, с. 204–217.
 57. Чеботарёв С.В. Актуальные аспекты применения математических методов в современном экономическом факторном анализе. *„Международный форум по проблемам науки, техники и образования“*, Том 1, Академия наук о Земле, М., 2002, с. 80-83.
 58. Чеботарёв С.В. Иновационные подходы к методологии экономического факторного анализа. *„Шаг в будущее“*, №5, 2002, с. 94-96.
 59. Чеботарёв С.В. Применение теоремы о промежуточном значении в экономическом факторном анализе. *„Научные труды: Межвузовский сборник“*, Липецк: ЛЭГИ, 1998, с. 165-176.
 60. Чеботарёв С.В. Теория и практика статического и динамического экономического факторного анализа. *Системы управления и информационные технологии*. №2, 2001, с. 68-73.
-

61. Чеботарёв С.В. Прямой детерминированный факторный анализ как инструмент исследования математических моделей. *Молодые учёные – промышленности, науке, технологиям и профессиональному образованию для устойчивого развития: проблемы и новые решения: Сб. науч. докл. и тез. Второй Междунар. конф. стран СНГ*. „АМИ“, М., 2000, с. 97-98.
62. Чеботарёв С.В. Теория и практика статического и динамического экономического факторного анализа. *Системы управления и информационные технологии: Межвузовский сб. науч. Трудов*, „Центрально-Черноземное книжное издательство“, Воронеж, 2001, с. 68-73.
63. Чуков Кр., Иванова Р. *Финансово-стопански анализ*. УНСС, С., 2019, 400 с. ISBN 978-619-232-248-9.
64. Чуков Кр. *Финансово-стопански анализ на предприятието*. „Резон“, С., 2000, 269 с.
65. Шеремет А.Д., Сайфулин Р.С., Негашев Е.В. *Методика финансового анализа*. „ИНФРА-М“, М., 2001, 208 с.
66. Шеремет А.Д., Негашев Е.В. *Методика финансового анализа деятельности коммерческих организаций*. „ИНФРА-М“, М., 2003, 237 с.
67. Шеремет А.Д. *Комплексный экономический анализ деятельности предприятия (вопросы методологии)*. „Экономика“, М., 1974, 207 с.
68. Azarnova T. V., Asnina N.G., Bondarenko Yu.V., Barkalov S.A. Algorithm for the formation of a linguistic integrated assessment of resource sustainability of an enterprise. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1479, № 1, DOI 10.1088/1742-6596/1479/1/012001.
69. Berndt E. R. *The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary*. „Addison-Wesley“, Massachusetts, 1990.
70. Chiang Alpha C. *Fundamental methods of mathematical economics*. “McGraw-Hill”, N.Y., 1990, 788 p.
71. Cobb C. W., Douglas P. H. A Theory of Production. *American Economic Review*. № 1, 1928, p. 139-165. <https://www.aeaweb.org/aer/top20/18.1.139-165.pdf>.
72. Filatov E. A., Rudykh L. G. Analysis of the Filatov model of the construction industry in the Baikal region. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 880, International Scientific Conference “Investments. Construction. Real estate: New technologies and targeted development priorities-2020”*, 23-24 April 2020, Irkutsk, Russian Federation, 2020, DOI:10.1088/1757-899X/880/1/012093.

-
73. Fridson M., Alvarez F. *Financial Statement Analysis: A Practitioner's Guide*. (4-th Edition). Wiley, 2011, 400 p. ISBN 978-0470635605.
 74. Jones Charles P. *Introduction of Financial Management*. "Irwin", Homewood, 1992.
 75. Hyman D. N. *Public Finance, a Contemporary Application of Theory to Policy*. (4-th edition). "The Dryden Press", Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, Philadelphia-San Diego-New York-Orlando-Austin-San Antonio-Toronto-Montreal-London-Sydney-Tokyo, 1993.
 76. Higgins R. *Analysis for Financial Management*. "Irwin", Homewood, 1992.
 77. Hunter John K., Nachtergaele Bruno. *Applied analysis*. "World Scientific Publishing Co", 2001, 456 p.
 78. Lindert Peter H. *International Economics*. (9-th edition), "Irwin", Homewood, 1991.
 79. Mare R. *Manufacturing Systems Economics*. "Holt Rinehart and Winston", London, 1982.
 80. Mc Eachern William A. *Economics. A Contemporary Introduction*. "South-Western Publishing Co.", 1988.
 81. Mignotte M. *Mathématiques pour le calcul formel*. Press. "Univ. de France", Paris, 1989, 346 p.
 82. Moyer R., Mc Guilian J., Kretlow W. *Contemporary Financial Management* (5-th edition). "West Publishing Company", New York, 1990.
 83. Nicholson W., *Microeconomics Theory. Basic Principles and Extensions*. (5-th edition), "The Dryden Press", Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, Philadelphia-San Diego-New York-Orlando-Austin-San Antonio-Toronto-Montreal-London-Sydney-Tokyo, 1992.
 84. Penman St. *Financial Statement Analysis and Security Valuation*. (5-th Edition). McGraw-Hill Education, 758 p., ISBN 978-0078025310.
 85. Rudin W. *Principles of mathematical analysis*. "McGraw-Hill", N.Y., 1976, 343 p.
 86. Sydsaeter K., Hammond P. *Essential mathematics for economic analysis*. Financial Times / Prentice Hall, 2001, 696 p.
 87. Van Horne J.C., Wachowicz Jr. J. M. *Fundamental of Financial Management*. (13th Edition). Pearson Education Limited, Financial Times Prentice Hall, 2005, 744 p., ISBN: 978-0-273-71363-0.
 88. Wonnacott T., Wonnacott R. *Introductory Statistics for Business and Economics*. (4-th edition), "John Wiley & Sons", New York-Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore, 1990.
-